

## **Stabilirea limitelor de operare a sondei Langmuir pentru monitorizarea procesului depunerea de straturi subțiri prin ablație laser (acronim MINDSET)**

### **-Referat Științific-**

#### **Context**

Primele măsurători electrice pe plasmă produse cu laserul datează de la începutul anilor 1960, la scurt timp după prima implementare a laserului cu Rb ca sursă pentru a genera plasmă tranzitorii. Există două abordări raportate în literatură în ceea ce privește diagnoza plasmelor produse cu laser: colectarea curentului electric din plasma generată sau de la ținta iradiată. Tehnica sondei Langmuir a devenit în ultimii 15 ani un element de bază al diagnosticului LPP bazat, dar fără ne se limita la lucrările lui Wood și colab. Luney și colab. Schou și colab. Abordarea a fost construită mai întâi în jurul înțelegerii traselor temporale ale curentului. Aici au fost folosite o serie de modele pentru a interpreta dinamica particulelor ejectate. Recent, pe baza unor noi informații legate în principal de comportamentul disipativ al plasmelor tranziente, au fost propuse unele modele de împrăștiere și unul bazat pe o teorie multifractală a mișcării. Prezența maximelor multiple în curentul ionic al sondei sau a caracteristicilor IV explicate ca oscilații ionice au provocat schimbarea paradigmei dinamicii ionilor în plasmă produse cu laser, în special în iradierea cu fluență mare sau ținte stoichiometrice complexe. Aceasta sa extins prin luarea în considerare a diferitelor mecanisme de ablație și a dinamicii complexe de accelerare și împrăștiere în timpul expansiunii LPP. Pentru a confirma această nouă paradigmă, s-au implementat tehnici alternative, fie care vizează complementaritate, cum ar fi spectroscopia cu emisie optică rezolvată în spațiu și timp și fotografierea cu camere rapide ICCD, fie spre îmbunătățirea cunoștințelor oferite de LP precum senzori electrostatici și spectrometrie de masă Alternativ, tehnica de baleiere a tensiunii a fost implementată pentru analiza în timp a parametrilor specifici de plasmă, așa cum sunt definiți în teoria clasică a fizicii plasmei. Având în vedere particularitățile LPP, vor apărea anumite limitări: limitări geometrice induse de raportul dintre dimensiunile sondei și plasmei, deoarece sonda trebuie să fie considerabil mică, distanța de măsurare trebuie să fie suficient de mare pentru ca volumul plasmei sa fie mai mare decât dimensiunea sondei, limitarea prin perturbații induse de aplicarea potențialelor cu valori mari și condițiile favorabile de densitate a plasmei cu efecte precum pulverizarea sondei și contaminarea plasmei. Aceste limitări sunt întotdeauna menționate, dar niciodată explorate cu adevărat în literatură, deoarece evitarea lor validează tehnica sondei și oferă informații importante despre fenomenele de ablație laser. Un scurt raport a fost realizat de grupul nostru când am discutat despre posibilitatea formării structurii ca o minge de foc a sondei în condiții de presiune ridicată a Ar la depunerea filmelor de Ag nanostructurate.

În această proiect prezentăm un studiu amplu asupra perturbațiilor plasmei în timpul măsurătorilor electrice în condiții similare cu cele de depunere de straturi subțiri. Tehnica LP rezolvată în timp este implementată pentru a explora dinamica în timp scurt a plasmei produse cu laser, în timp ce măsurătorile dependente de presiune au fost orientate spre înțelegerea limitelor implementării LP în condiții reale PLD. Un model teoretic este dezvoltat în cadrul unei teorii multifractale a mișcării pentru a explora natura perturbațiilor.

## Abordare experimentală

Diverse ținte metalice (Co, Cu, Ag, Bi) au fost iradiate cu un laser YAG ( $\lambda = 266$  nm, 5 ns) în condiții identice de frecvență de repetiție (10 Hz) și fluență laser (3,8 J/cm). Rotația continuă a țintelor a fost asigurată pentru a evita încălzirii locale după formarea craterului și pentru a oferi o suprafață proaspătă pentru fiecare iradiere. Distanța ținta-LP a fost 37 mm, în timp ce un substrat a fost plasat la 50 mm de țintă pentru a păstra geometria PLD. Investigațiile plasmei au fost efectuate la diferite presiuni de Ar, variind de la presiune reziduală de  $5 \times 10^{-5}$  Pa până la  $5 \times 10^{-2}$ ,  $5 \times 10^{-1}$ , 2, 5 și 10 Pa Ar. Înainte de fiecare experiment a fost implementată o procedură de curățare constând în iradierea continuă a țintei cu 1200 de impulsuri. LP a fost protejată de plasma tranzitorie în timpul procedurii de curățare.

## Rezultate și Discuții

Pentru toate plasmale investigate prezentate în acest proiect, odată cu creșterea presiunii de Ar, sarcina electronică globală colectată crește exponențial, cu o factor de 10 pentru toate metalele. Cu mențiunea ca plasma de Bi are o densitate de electroni constant mai mare în comparație cu celelalte plasmale. O privire mai atentă asupra formei semnalelor la presiuni mai mari (peste 0,5 Pa Figura 1 a), duce la descoperirea unui comportament de tip periodic. Pe baza formei oscilației și a fiecare vârf ar corespunde unei emisii ionice localizate în volumul de plasmă din jurul sondei. Frecvențele acestor oscilații sunt în regimul kHz, în concordanță cu oscilația de tip ionică a plasmei. Caracteristicile oscilațiilor observate corespund unui comportament asemănător cu cel al unei mingi de foc, așa cum a fost descris de Dimitriu și colab. și Roman și colab. Potrivit acestora, pe suprafața unui electrod imersat într-o plasmă de temperatură joasă se formează o minge de foc. Mingea de foc generată conține un miez ionic separat de restul plasmei printr-un strat dublu instabil. Atunci când stratul dublu se distruge, un val de ioni va fi ejectat în plasmă urmat de reformarea stratului dublu.

Prin colectarea curenților ionici și electronici într-o gamă largă de voltaje aplicate pe sonda ( $\pm 20$  V în 50 de puncte) și implementând metoda de secționare a timpului am putut reconstrui caracteristicile IV (Figura 1:bc). Plasmele au fost investigate pentru o gamă largă de puncte temporale (până la 600  $\mu$ s). Exemple de evoluții a temperaturii în timp sunt date în Figura 1d, unde vedem o scădere exponențială pentru timpi sub  $\mu$ s, urmată de maxime secundare în regiunea  $\mu$ s și zeci de  $\mu$ s. În regiunea  $< 1 \mu$ s, pentru caracteristicile IV reconstruite se observă o regiune de saturație electronică puternic modulată, începând de la  $\sim 1$  V. Datele raportate aici demonstrează că modulația curentului electronic caracterizează, de fapt, anumite secvențe de timp. În figura 1 b este prezentată trecerea de la forma modulată la cea clasică a caracteristicii IV pentru plasma Cu, cu mențiunea că aceasta este o caracteristică a tuturor plasmelor metalice investigate. Odată cu expansiunea LPP, vedem că partea modulată dispăre la aproximativ 1  $\mu$ s, probabil când este atins echilibrul dinamic. Încadrarea temporală a procesului ar putea indica faptul că în timpul expansiunii în primele sute de ns plasma are un comportament dominat de fenomene neliniare puternice. Această dinamică modulată a sarcinii de saturație a electronilor este limitată de presiunea de fond și devine dominantă pentru presiunea Ar peste 0,5 Pa, atunci când dinamica care



definește evoluția LPP trece de la expansiune liberă la regimuri de coliziune. Acest prag reprezintă un pas clar pentru care măsurătorile LP încep să fie dominate de efecte neliniare. Mai mult, adăugarea de gaz Ar deplasează potențialul de plutire al plasmelor spre valori negative, pentru cu de la 2 V la -6 V, pentru Bi, de la 0,5 la -4 pentru Co și de la 3 la -9 V pentru Co și de la 1,5 la -5 V pentru Ag.

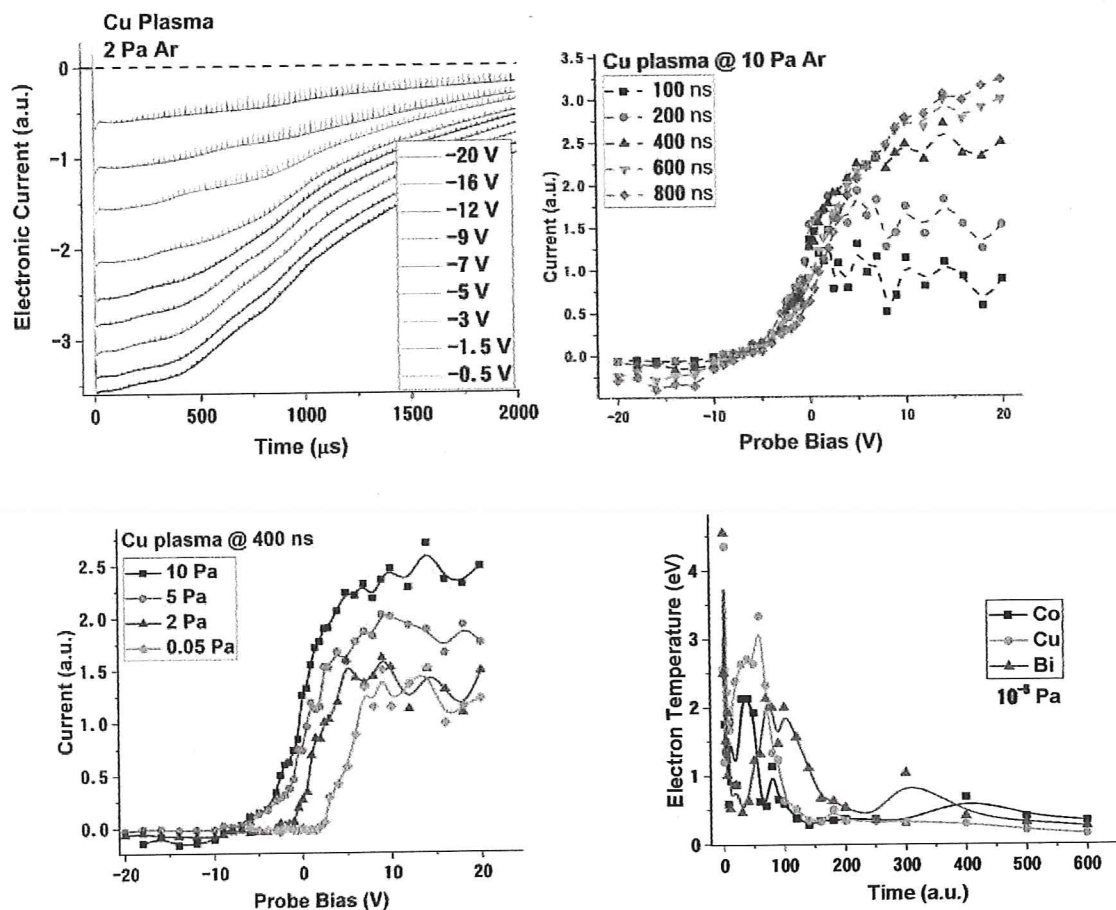


Figura. 1 Caracteristica I-V a plasmei de Cu la diverse presiuni de Ar (a) și la diferite momente de timp (b) și evoluția temporală a temperaturii electronilor (c)

Pentru a explora fenomenele asemănătoare mingii de foc induse în timpul măsurătorilor LP, am reprezentat curentul de electroni colectat pentru diferite prejudicii (Figura 2). Observăm că minimele pozitive ale curentului nu sunt sincronizate și apar în momente diferite de timp pentru anumite tensiuni aplicate pe sonda. Această dependență este prezentată în Figura 2b (gri). Modulația curentului de saturație electronice în funcție de polarizarea sondei se suprapune bine cu deplasarea temporală al secvenței oscilante. Aceasta înseamnă că cele două fenomene neliniare ar putea fi corelate și ar avea de aceeași natură. Când a fost investigat efectul presiunii asupra gradului de corelare dintre cele două, s-a constatat că prezenta Ar duce la creșterea gradului de corelare dintre cele două procese neliniare. Ar acționează ca o membrană pentru aceste efecte care poate

construi relații coerente între fenomene care se manifestă la diferite scări temporale ( $< 1 \mu s$  pentru scara  $I_{\text{esat}}$  și  $ms$  pentru oscilații asemănătoare mingii de foc).

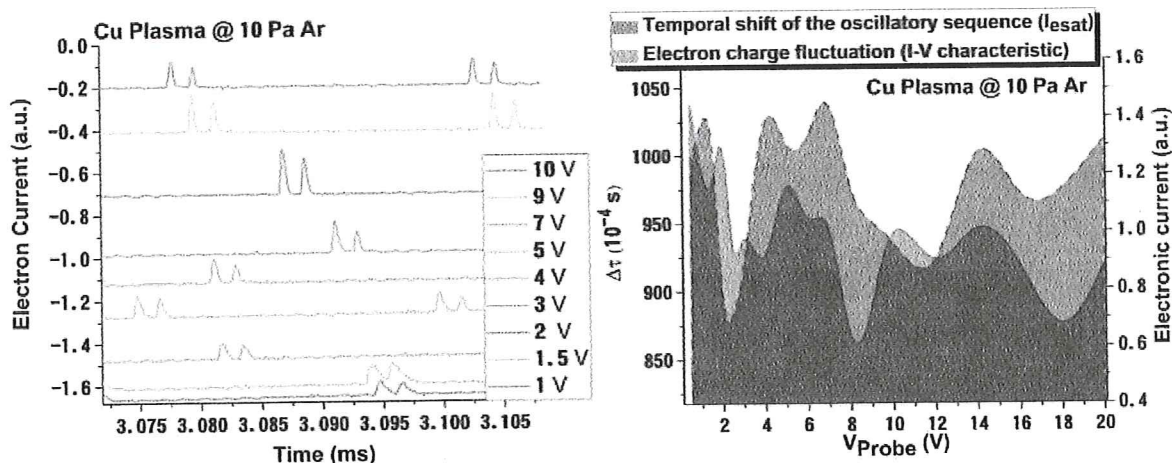


Figura 2. Semnătura de tip oscilant a semnalului cules de sonda Langmuir (a) și variația deplasării temporale a semnalului oscilant și a sarcinii globale (b)

În Figura 3 am reprezentat secvența oscilanta extrasă din trasele temporale electronice pentru toate plasmăle investigate la 10 Pa de Ar și pentru polarizarea aplicată de +20 V. Același comportament este observat pentru Bi, Co, Cu și Ag la presiune înaltă (peste 0,5 Pa Ar). Valorile frecvențelor de oscilație determinate aici (în regimul kHz) sunt în concordanță cu oscilațiile de tip ionic și cu rapoartele anterioare ale structurilor oscilatorii asemănătoare mingii de foc. Amplitudinea acestor oscilații crește odată cu adăugarea de Ar. Dependența de gazul de lucru și de polarizarea sondei, prezentate în Figura 1-3 și interpretarea asupra proprietăților bulelor de foc de plasmă conduc la concluzia că structura asemănătoare bilei de foc care se formează în jurul sondei este o plasmă mixtă de Ar și ioni metalici ai plasmei. Cu toate acestea, există o dependență puternică de natura țintei iradiate. În figura 3 observăm o diferență în forma și frecvența a oscilației. Pentru plasma Co observăm că semnalul oscilator este asimetric și de tip relaxare, în timp ce cele pentru Cu sunt simetrice și de tip puls. Și aceste diferențe semnificative subliniază un aspect important al acestor fluctuații: deși induse clar de creșterea atmosferei de Ar, ele sunt de natură metalică. Aceasta înseamnă că atunci când structura asemănătoare mingii de foc se formează pe sondă, ionii prinși în interiorul structurii sunt predominant metalici. Adevărata natură a miezului globului de foc al plasmei produse cu laser este destul de dificil de elucidat din cauza proprietăților tranzitorii ale plasmei și a gradientilor puternici de densitate și a distribuției spațiale a particulelor ablate și cele ale gazului de lucru.



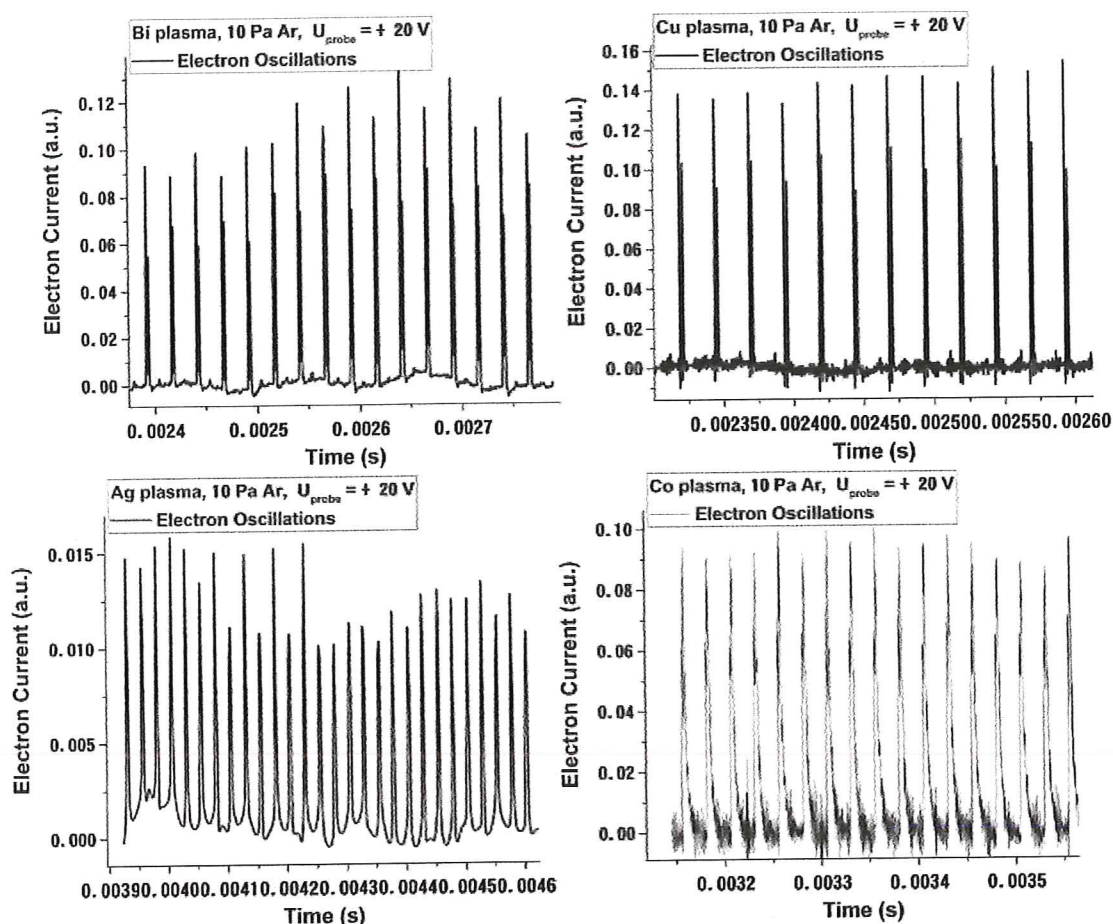


Figura 3. Cateva exemple cu regimurile oscilate observate Bi Cu, Ag și C (+20V) la 10 Pa Ar

O nouă perspectivă asupra proprietăților neliniare ale acestor oscilații și stabilitatea lor în ceea ce privește haoticitatea și fractalitatea sistemului pot fi extrase din evoluția atractorilor strani atribuiți fiecărui regim oscilator. Folosind abordarea care implică utilizarea funcției de autocorelare și a ferestrei temporale Tailor, proiecția atractorilor strani în  $T$  și  $T+2\delta\tau$ , unde  $T$  este timpul sistemului (structură asemănătoare unei mingii de foc) și  $\delta\tau$  este perioada de timp definită de prima trecere cu zero a funcției de autocorelare. Rezultatele sunt prezentate în Figura 4 pentru Co și Cu cu mențiunea că analiza similară a fost efectuată pentru cazurile Ag și Bi. În Figura 4 am observat că atractorul structurii asemănătoare mingii de foc are două brațe care definesc două traiectorii distincte în această fază de corelare. Acest lucru a fost observat pentru toate plasmăle investigate. Odată cu creșterea presiunii de Ar, observăm că pentru plasma Co se formează o punte între cele două brațe cu o corelație clară între ele. Aceasta înseamnă că cele două traiectorii sunt acum conectate și se pot influența una pe cealaltă. Pentru cazurile Cu și Ag (Ag nu este prezentat aici) o a treia traiectorie este definită între brațele originale. Odată cu creșterea presiunii Ar până la 10 Pa, traiectoria centrală se extinde și devine puntea dintre brațele atractorului. Tranziția observată aici este în mod clar corelată cu energia termică și energia cinetică a LPP metalic.

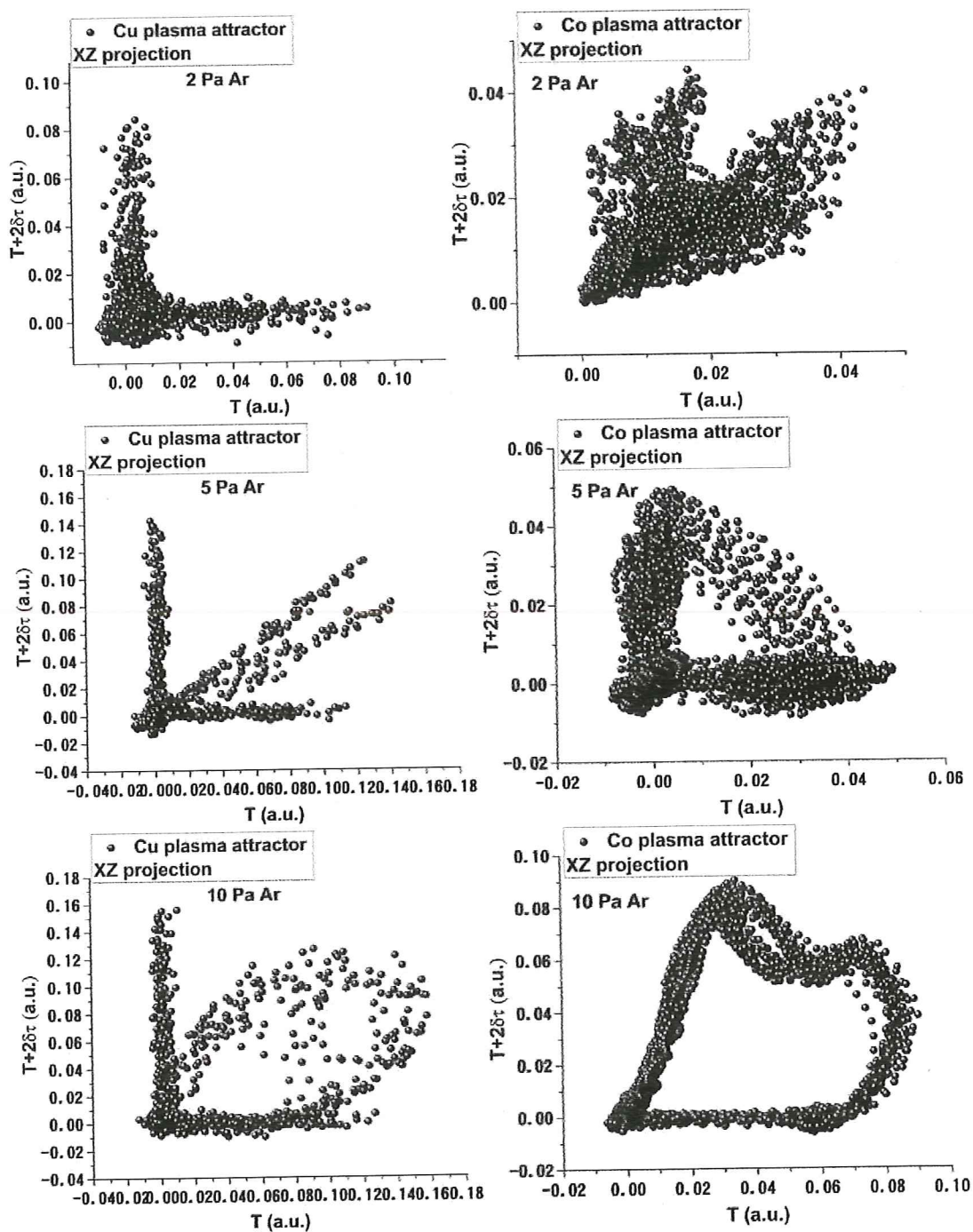


Figura 4. 2D representation of the attractor associated to the oscillatory behavior observed for Cu and Co plasmas

În cele din urmă, pentru a confirma natura perturbației am reprezentat frecvența de oscilație în funcție de masa atomică. Rezultatele sunt prezentate în Figura 5. Datele experimentale au fost

fitate cu o funcție de tip exponențial cu un R 98%. Acest rezultat confirmă faptul că perturbația este de natură metalică și respectă proporționalitatea cu masa atomică. Dependența exponențială de masa atomică înseamnă că acestea sunt oscilații ale plasmei tranzitorii.

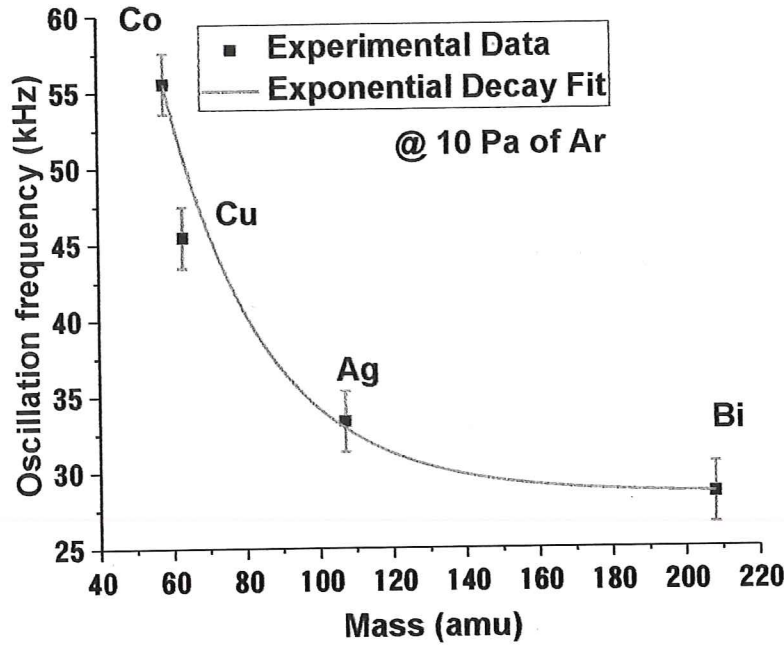


Figura 5. Oscillation frequency dependence on the mass plasma species

### Model teoretic

#### Implementări Holograice

Să considerăm că principiul covarianței la scară (legile fizicii aplicate descrierilor dinamice ale oricărui sistem fizic sunt invariante în raport cu transformările rezoluției la scară [10]) și postulăm că trecerea de la dinamica standard (diferențiabilă) la fractal (dinamica ne-diferențiabilă) a oricărui sistem fizic poate fi implementată prin înlocuirea derivatei în timp standard  $\frac{d}{dt}$  cu operatorul ne-diferențiabil  $\frac{\hat{d}}{dt}$  [12,13]:

$$\frac{\hat{d}}{dt} = \partial_t + \hat{V}^l \partial_l + \frac{1}{4} (dt)^{\left(\frac{2}{D_F}\right)-1} D^{lp} \partial_l \partial_p \quad (1)$$

unde

$$\begin{aligned} \hat{V}^l &= V_D^l - V_F^l \\ D^{lp} &= d^{lp} - i \bar{d}^{lp} \\ d^{lp} &= \lambda_+^l \lambda_+^p - \lambda_-^l \lambda_-^p \\ \bar{d}^{lp} &= \lambda_+^l \lambda_+^p + \lambda_-^l \lambda_-^p \end{aligned} \quad (2)$$



$$\partial_t = \frac{\partial}{\partial t}, \partial_l = \frac{\partial}{\partial X^l}, \partial_l \partial_p = \frac{\partial}{\partial X^l} \frac{\partial}{\partial X^p}, i = \sqrt{-1}, l, p = 1, 2, 3$$

În relațiile de mai sus  $\hat{V}^l$  este viteza complexă,  $V_D^l$  este viteza diferențiabilă independentă de rezoluția scalei  $dt$  și  $V_F^l$  este viteza nediferențiabilă dependentă de rezoluția scalei.  $X^l$  este coordonata spațială fractală și  $t$  fiind timpul non-fractal având rolul de parametru afin al curbelor de mișcare.  $D^{lp}$  este tensorul constant asociat cu tranziția diferențiabilă – ne-diferențiabilă a proceselor de dinamică,  $\lambda_+^l$  este vectorul constant asociat cu diferențiabila – ne-diferențiabilă directă a proceselor dinamice și  $\lambda_-^l$  este vectorul constant asociat cu diferențiabila – ne-diferențiabilă inversă a proceselor dinamice.  $D_F$  este dimensiunea fractală a curbei de mișcare. Pentru dimensiunea fractală se poate alege orice definiție: dimensiunea fractală Kolmogorov, dimensiunea fractală Hausdorff – Besikovici etc [11]. Dar odată ales, acesta devine operațional, trebuie să fie constant și arbitrar:  $D_F < 2$  pentru procesele de dinamică corelativă,  $D_F > 2$  pentru procesele de dinamică non-corelativă etc. [10, 11].

Acum, operatorul ne-diferențiabil joacă rolul derivatei covariante de scară și anume este folosit pentru a scrie ecuațiile fundamentale ale dinamicii oricărui sistem fizic, în aceeași formă ca în cazul clasic (diferențiabil). În aceste condiții, acceptând funcționalitatea principiului covariantei de scară, adică aplicând derivata covariantă de scară (1) câmpului complex de viteză (2), în absența oricărei constrângeri externe, ecuația geodezică a oricărui sistem fizic ia următoarea formă [12,13]:

$$\frac{d\hat{V}^i}{dt} = \partial_t \hat{V}^i + \hat{V}^l \partial_l \hat{V}^i + \frac{1}{4} (dt)^{\left(\frac{2}{D_F}\right)-1} D^{lk} \partial_l \partial_k \hat{V}^i = 0 \quad (3)$$

Aceasta înseamnă că accelerația locală fractală  $\partial_t \hat{V}^i$ , convecția fractală  $\hat{V}^l \partial_l \hat{V}^i$  and the și disiparea fractală  $D^{lk} \partial_l \partial_k \hat{V}^i$  a oricărei entități de sistem fizic, își echilibrează în orice punct al curbei fractale de mișcare. Mai mult, prezența coeficientului complex de vâscozitate – tip  $4^{-1} (dt)^{\left(\frac{2}{D_F}\right)-1} D^{lk}$  în dinamica sistemului fizic specifică faptul că este un mediu reologic. Deci, orice sistem fizic are memoria, ca dată, prin propria sa structură.

Dacă fractalizarea în dinamica oricărui sistem fizic este realizată prin procese stocastice de tip Markov, care implică mișcări de tip Lévy ale entităților sistemului fizic, atunci:

$$\lambda_+^i \lambda_+^l = \lambda_-^i \lambda_-^l = 2\lambda \delta^{il} \quad (4)$$

unde  $\lambda$  este un coeficient asociat tranziției diferențiabile – ne-diferențiabile și  $\delta^{il}$  este pseudo – tensorul lui Kronecker.

În aceste condiții, ecuația geodezică ia forma simplă:

$$\frac{d\hat{V}^i}{dt} = \partial_t \hat{V}^i + \hat{V}^l \partial_l \hat{V}^i - i\lambda (dt)^{\left(\frac{2}{D_F}\right)-1} \partial^l \partial_l \hat{V}^i = 0 \quad (5)$$

Pentru mișcările de rotație ale entităților sistemului fizic, câmpul complex de viteză  $\hat{V}^i$  ia forma:



$$\hat{V}^i = -2i\mathcal{D}_u \partial^i \ln \Psi, \quad \mathcal{D}_u = i\lambda(dt)^{\left(\frac{2}{D_F}\right)-1} \quad (6)$$

Apoi înlocuind (6) în (5), ecuația geodezică (5) (pentru detalii vezi metoda din [15 – 19]) devine Schrödinger – ecuație de tip la diferite rezoluții la scară (ecuația Schrödinger de tip fractal):

$$\mathcal{D}_u^2 \partial^l \partial_l \Psi + i\mathcal{D}_u \partial_t \Psi = 0 \quad (7)$$

Variabila  $\Phi = -2i\mathcal{D}_u \ln \Psi$  definește, prin (6), potențialul scalar complex al câmpului de viteză complex, în timp ce  $\Psi$  corespunde funcției de stare de tip fractal. Ambele variabile,  $\Phi$  și  $\Psi$ , nu au sens fizic direct, dar posibilele „combinații” ale acestora o pot dobândi dacă îndeplinesc anumite legi de conservare.

Să fie explicită o astfel de situație pentru  $\Psi$ . În acest scop, se observă mai întâi că conjugatul complex al lui  $\Psi$ , adică  $\bar{\Psi}$ , satisface prin relația (7) ecuația:

$$\mathcal{D}_u^2 \partial^l \partial_l \bar{\Psi} + i\mathcal{D}_u \partial_t \bar{\Psi} = 0 \quad (8)$$

Înmulțind (7) cu  $\bar{\Psi}$  și (8) cu  $\Psi$ , scăzând rezultatele și introducând notațiile:

$$\rho = \Psi \bar{\Psi}, \quad J = i\mathcal{D}_u (\Psi \nabla \bar{\Psi} - \bar{\Psi} \nabla \Psi) \quad (9)$$

este posibil să se obțină legea de conservare a densității stărilor de tip fractal:

$$\partial_t \rho + \nabla J = 0 \quad (10)$$

În (10)  $\rho$  corespunde stărilor densității de tip fractal și  $J$  corespunde stărilor densității curentului de tip fractal.

Soluția ecuației Schrödinger unidimensionale de tip fractal în formă compactă, atât în spațiul obișnuit, cât și în spațiul scalelor, adică:

$$\mathcal{D}^2 \partial_t \partial^l \Psi(x, t) + i\mathcal{D} \partial_t \Psi(x, t) = 0, \quad (27)$$

poate fi scris sub forma

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(i \frac{x^2}{4\mu t}\right), \quad \mu = \mathcal{D} \quad (28)$$

și este definit, desigur, până la o constantă multiplicativă arbitrară. În relațiile de mai sus, precum și în cele următoare, indexarea cu „u” definește variabilele și parametrii dinamicii este spațiul obișnuit, în timp ce indexarea cu „s” definește aceleași variabile și parametrii aceleiași dinamici în scale spațiale.

Ca atare, soluția generală a ecuației (27) poate fi scrisă ca o suprapunere liniară a formei:

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{t}} \int_{-\infty}^{+\infty} u(y) \exp\left[i \frac{(x-y)^2}{4\mu t}\right] dy \quad (29)$$

Acum, dacă  $u(y_{u,s})$  este o funcție Airy de tip fractal, atunci  $\Psi(x_{u,s}, t_{u,s})$  păstrează această proprietate, în sensul că amplitudinea sa este o funcție Airy de tip fractal. Într-adevăr, în acest caz vor exista::

$$u(y) \equiv Ai(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ i \left( \frac{\omega^3}{3} + \omega y \right) \right] d\omega \quad (30)$$

în așa fel încât funcția de stare (29) se va scrie sub forma:

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{t_{u,s}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ i \left[ \frac{\omega^3}{3} + \omega y + \frac{(x-y)^2}{4\mu t} \right] \right\} dy d\omega \quad (31)$$

Dacă, la început, integrarea se va realiza după  $y_{u,s}$ , până la o constantă multiplicativă, rezultatele sunt:

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ i \left( \frac{\omega^3}{3} + \omega x - \mu t \omega^2 \right) \right] d\omega \quad (32)$$

Rezultatul final se obține pe baza unei relații speciale dezvoltate în [29,30] și este:

$$\Psi(x, t) = [Ai(kx - v^2 t^2)] \exp \left[ i v t \left( kx - \frac{2}{3} v^2 t^2 \right) \right] \quad (33)$$

cu

$$v = k^2 \mu \quad (34)$$

În aceste condiții, dacă  $\Psi$  se alege sub forma:

$$\Psi(x, t) = A(x, t) \exp [i\phi(x, t)] \quad (35)$$

unde  $A(x, t)$  este o amplitudine și  $\Phi(x, t)$  este o fază, identificând în (33) amplitudinea și faza, vor exista

$$A(x, t) = Ai(kx - v^2 t^2), \quad \phi(x, t) = vt \left( kx - \frac{2}{3} v^2 t^2 \right) \quad (36 \text{ a, b})$$

Luând în considerare comportamentul asimptotic al funcției  $Ai(z)$  în forma sa generală:

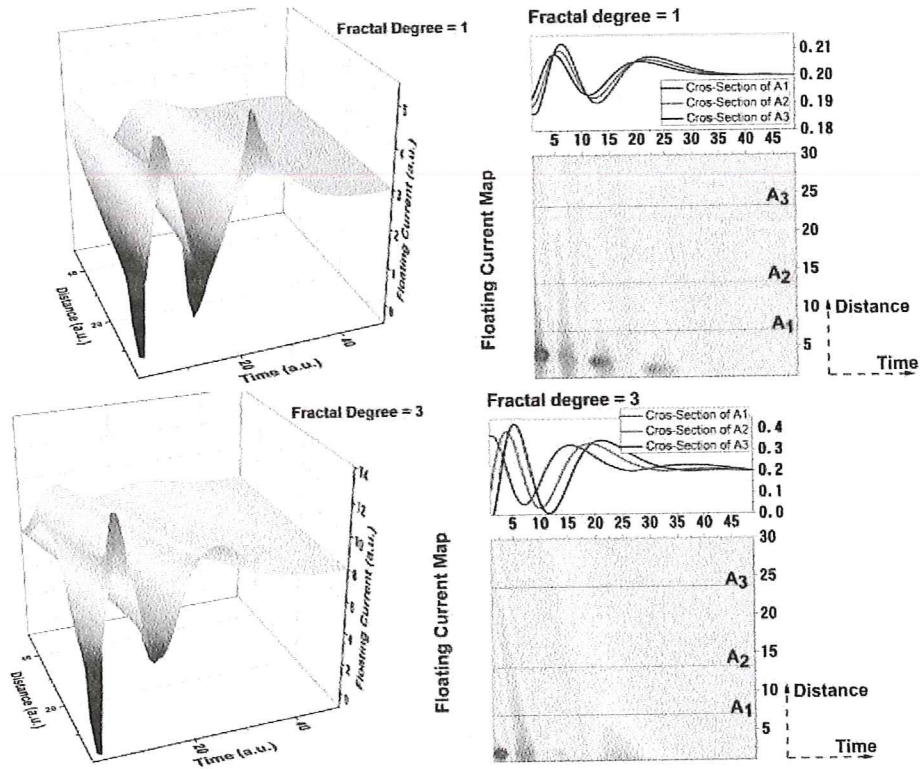
$$Ai(z) \sim \begin{cases} \frac{1}{2\pi^{1/2}} z^{-1/4} \exp \left( -\frac{2}{3} z^{3/2} \right), & z \rightarrow +\infty \\ \frac{1}{\pi^{1/2}} |z|^{-1/4} \sin \left( \frac{2}{3} |z|^{3/2} + \frac{\pi}{4} \right), & z \rightarrow -\infty \end{cases} \quad (37)$$

starea (35) cu funcția (36a,b) în limita asimptotică  $\Psi \rightarrow \Psi_A$  devine:



$$\Psi_A \sim \begin{cases} \frac{1}{2\pi^{1/2}} (kx - v^2 t^2)^{-1/4} \exp \left[ -\frac{2}{3} (kx - v^2 t^2)^{3/2} + i v t \left( kx - \frac{2}{3} v^2 t^2 \right) \right] \\ \frac{1}{\pi^{1/2}} |kx - v^2 t^2|^{-1/4} \sin \left[ \frac{2}{3} |kx - v^2 t^2|^{3/2} + \frac{\pi}{4} \right] \exp \left[ i v t \left( kx - \frac{2}{3} v^2 t^2 \right) \right] \end{cases} \quad (38)$$

În Figura 6 am reprezentat reprezentarea grafică 3D și contur a curentului flotant ca funcție de timp. Semnalul prezintă maxime multiple, similar cu rezultatele experimentale. Prin modificarea parametrului fractal se poate observa ca numărul maximelor crește și structura curentului diferă spațial. Acest fapt reliefează complexitatea proceselor din plasma și pun în evidență prezența ionizărilor în timpul expansiunii.



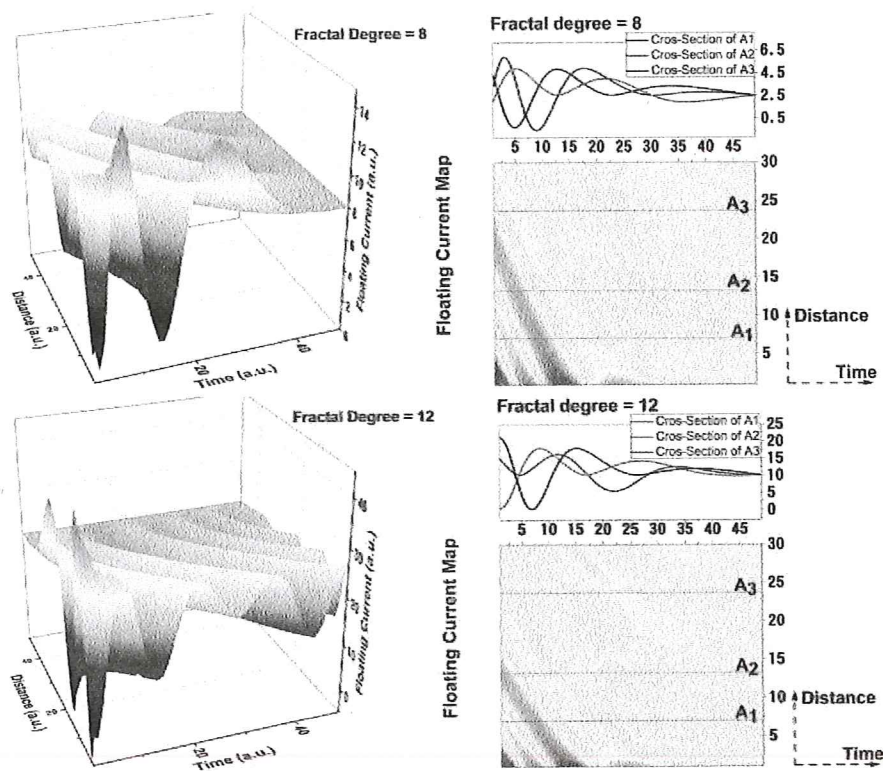


Figura 7. Reprezentări 3D si contur plot pentru variației curentului de saturație ca funcție de potențialul fractal.

Aceasta înseamnă că prin simpla selectare a scalei adecvate (definită de:  $z, t, v, k$ ) se poate investiga mai bine dinamica particulară a sistemului. Automodulația este mai bine văzută atunci când proprietățile undei sunt modificate (prin  $k$ ), unde vedem că pentru  $k = 6, v = 3$  și  $t = 1$ , funcția de undă a definit structura undei în coordonatele spațiale în timp. caracteristicile sale complicate cu frecvențe multiple de oscilație. Aceasta înseamnă că, adaptând scara de rezoluție la care este investigat un sistem, putem trece de la o structură modulată în timp sau spațiu care caracterizează anumite fenomene. O înțelegere suplimentară a modulării spațiu-timp a funcției de undă ar putea deveni importantă atunci când se investighează fenomene tranzitorii, cum ar fi plasma produsă cu laser sau fluxurile complexe de fluide, unde adesea există rapoarte de analiză temporală pentru un volum spațial fix sau analiză spațială pentru un moment fix de timp.

Prin înlocuirea (35) în (27), prin calcul direct, se verifică următoarea relație:

$$\begin{aligned}
 i\partial_t\Psi + \mu\partial_t\partial^l\Psi &= -\left[\partial_t\phi + \mu(\partial_t\phi)^2 - \mu\frac{\partial_t\partial^l A}{A}\right] \\
 &+ \frac{i}{2A^2}[\partial_t A^2 + 2\mu\partial_t(A^2\partial^l\phi)]
 \end{aligned} \tag{39}$$

Acum, „constrângerile specifice” necesare pentru  $\Psi$  a fi o soluție a ecuației diferențiale nestăționare (39) vor fi reducibile la ecuațiile diferențiale:



$$\partial_t \phi + \mu(\partial_l \phi \partial^l \phi) = \mu \frac{\partial_l \partial^l A}{A} \quad (40)$$

$$\partial_l A^2 + 2\mu(A^2 \partial_l \phi) = 0$$

Prima dintre aceste ecuații este ecuația Hamilton – Jacobi de tip fractal, în timp ce a doua ecuație este ecuația de continuitate de tip fractal. De aici, corespondența cu modelul hidrodinamic de tip fractal aparținând relativității la scară, devine evidentă pe baza substituțiilor:

$$V_D^i = \mu \partial^i \phi, \quad \rho = A^2 \quad (41)$$

unde  $V_D^{i,u,s}$  este componenta diferențială a câmpului de viteză și  $\rho$  este densitatea stărilor. Legea de conservare a tipului fractal a impulsului specific poate fi găsit:

$$\partial_t V_D^i + V_D^l \partial_l V_D^i = -\partial^i Q \quad (42)$$

și, respectiv, legea de conservare a densității stărilor de tip fractal:

$$\partial_t \rho + \partial^l (\rho V_D^l) = 0 \quad (43)$$

Potențialul specific de tip fractal:

$$Q = -\mu^2 \frac{\partial_l \partial^l \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \quad (44)$$

prin forța specifică indusă de tip fractal:

$$f^i = -\partial^i Q = -\mu^2 \partial^i \left( \frac{\partial_l \partial^l \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \right) \quad (45)$$

devine o măsură a gradului fractal aferent curbilor de mișcare. Într-o astfel de mișcare, se verifică în detaliu și „constrângerile specifice” (40), cu un potențial specific de tip fractal:

$$Q(x, t) = \mu v(kx - v^2 t^2) \quad (46)$$

suprimarea, în sensul relativității la scară, a dinamicii cu o forță constantă de tip fractal.

În final am reprezentat dependența curentului de saturație, obținut din modelul fractal ca funcție de potențialul fractal. Se poate observa din figura 7 că pentru grade de fractalizare mici avem o dependență de tip oscilant. Perioada oscilației crește până când are loc tranziția spre caracteristica clasică de I-V. Astfel putem concluziona ca pentru plasma tranzitorie generată prin ablație laser perioade de timp mici, cu puține ciocniri, sunt dominate de comportamente puternic neliniare ce definesc plasma metalică. La timp mai mari, odată cu creșterea gradului de fractalizare și termalizarea plasmăi dependența devine clasică. Mai mult putem spune că echilibru energetic în plasma de ablație poate fi atins după un grad de fractalizare mai mare decât 1.

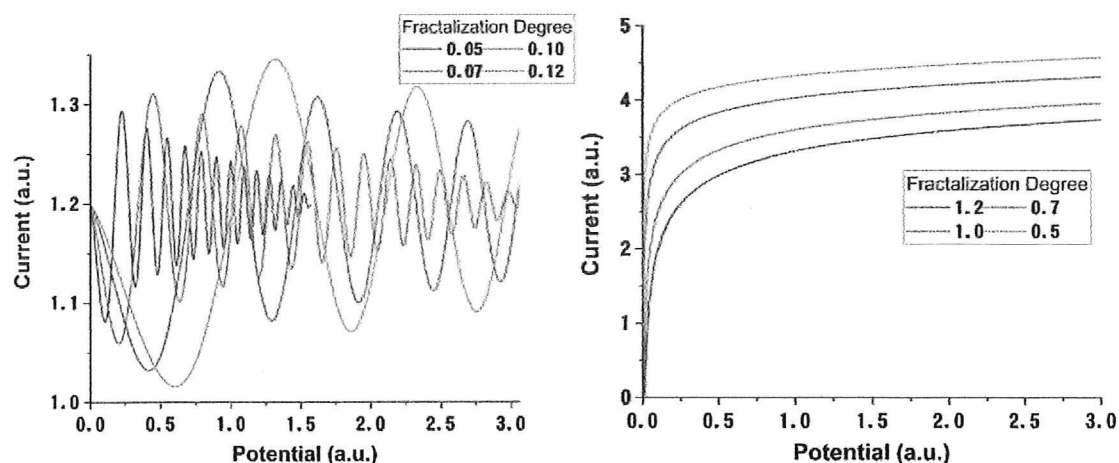


Figura 7. Variația curentului de saturație cu potențialul fractal

### Diseminare

1. S.A. Irimiciuc and M. Agop, *Multifractal Model for Transient Phenomena Analysis in Laser Produced plasmas*, *Symmetry* **2021**, 13(10), 1968

2 G. Gavriluț, L. Topliceanu, M.Gîrțu, A.M. Rotundu, S. A.Irimiciuc \*, M.I Agop. *Assessment of complex system dynamics via harmonic mapping in a multifractal paradigm*, *Mathematics*, **2021**. (trimisa spre publicare)

**Director Proiect,**  
**Dr. Stefan Andrei Irimiciuc. CS III**

Acord Mentor,  
Prof. Maricel Agop