

ACADEMIA OAMENILOR DE ȘTIINȚĂ  
DIN ROMÂNIA

– Secția de științe fizice –

---

SISTEMATICA EMISIEI DE PARTICULE ȘI FRAGMENTE  
UȘOARE DIN NUCLEE ATOMICE

---

– raport de proiect –

Director de proiect  
CS III dr. Alexandru Dumitrescu

București, 2021



În intervalul de masă  $A \geq 20$ , valorile parametrilor implicați sunt [9]

$$\begin{aligned} a &\approx 0.57 \text{ fm} \\ C &= 1.123 A^{\frac{1}{3}} \text{ fm} \\ \rho_0 &= \frac{3}{C^3} \left[ 1 + \left( \frac{\pi a}{C} \right)^2 \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Funcția de undă a sistemului  $f - D$  se dezvoltă în unde parțiale și se separă în componente radiale și armonice unghiulare

$$\Psi_{J_{in}, M_{in}}(\xi_D, R) = \sum_{c=(J_{fi}, \ell)} \frac{g_c(R)}{R} \mathcal{Y}_{J_{in}, M_{in}}^{(c)}(\xi_D, \hat{R}). \quad (8)$$

Armonicele unghiulare sunt date de cuplajul la spinul inițial  $J_{in}$

$$\mathcal{Y}_{J_{in}, M_{in}}^{(c)}(\xi_D, \hat{R}) = [\Phi_{J_{fi}}(\xi_D) \otimes \phi_\ell(\hat{R})]_{J_{in}, M_{in}}. \quad (9)$$

dintre funcția de undă a miezului nuclear  $\Phi_{J_{fi}}$  și partea unghiulară a funcției de undă a fragmentului  $\phi_\ell$ . Pentru emisia  $\alpha$  din nucleu par-par și emisia HC  $\phi_{\ell m}(\hat{R}) = Y_{\ell m}(\hat{R})$ , în timp ce pentru emisia de protoni  $\phi_{\ell m}(\hat{R}) = [Y_\ell(\hat{R}) \otimes \chi_{\frac{1}{2}}]_{jm}$ . Detalii despre armonicele unghiulare ce descriu alte procese de emisie sunt date în capitolul 3 din referința [1]. Folosind ortonormalitatea armonicelor unghiulare se obține un sistem de ecuații diferențiale cuplate pentru funcțiile radiale  $g_c(R)$  [1]. În abordarea de față este important comportamentul la distanțe mari al acestor funcții, unde interacția devine sferică și pur Coulombiană. În aceste condiții, sistemul este decuplat iar fiecare undă parțială satisfac ecuația Coulomb standard

$$\left[ -\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} + \frac{\chi}{\rho} - 1 \right] g_c(R) = 0. \quad (10)$$

Aici, raportul

$$\frac{V_0(R)}{Q} \rightarrow \frac{V_C(R)}{Q} = \frac{Z_D Z_f e^2}{R Q} = \frac{\chi}{\rho} \quad (11)$$

este dat în funcție de parametrul Coulomb

$$\chi = \frac{2 Z_D Z_f}{\hbar v}, \quad \hbar v = \hbar c \sqrt{\frac{2Q}{\mu c^2}} \quad (12)$$

și raza redusă

$$\rho = \kappa R, \quad \kappa = \frac{\sqrt{2\mu Q}}{\hbar}, \quad (13)$$

cu  $Z_{D/f}$  fiind sarcinile ficei/fragmentului și  $\mu$  masa redusă a sistemului  $f - D$ .

Definim matricea soluțiilor fundamentale cu următoarele asymptote

$$\mathcal{H}_{cc'}^{(+)}(R) \xrightarrow[R \rightarrow \infty]{} \delta_{cc'} H_\ell^{(+)}(\chi, \rho) \quad (14)$$

unde  $H_\ell^{(+)}(\chi, \rho)$  denotă unda Coulomb–Hankel emergentă. Soluția externă urmează ca o superpoziție

$$g_c^{(\text{ext})}(R) = \sum_{c'} \mathcal{H}_{cc'}^{(+)}(R) N_{c'} \xrightarrow[R \rightarrow \infty]{} N_c H_\ell^{(+)}(\chi, \rho) \quad (15)$$

unde coeficienții  $N_c$  sunt amplitudini de împrăștiere. Acestea se găsesc de regulă prin potrivirea componentelor externe și interne  $g_c^{(\text{ext})}(R) = g_c^{(\text{int})}(R)$  furnizate prin rezolvarea ecuației Schrödinger cu potențialul ecuației (2). Din inversarea ecuației (15) obținem

$$N_c = \sum_{c'} \left[ \mathcal{H}_{cc'}^{(+)} \right]^{-1} g_c^{(\text{int})}(R) = \frac{1}{H_\ell^{(+)}(\chi, \rho)} \sum_{c'} K_{cc'}^{(CC)}(R) g_{c'}^{(\text{int})}(R), \quad (16)$$

ce implică matricea propagatorului de canale cuplate (CC)

$$K_{cc'}^{(CC)}(R) = H_\ell^{(+)}(\chi, \rho) \left[ \mathcal{H}_{cc'}^{(+)}(R) \right]^{-1}. \quad (17)$$

În aproximarea semiclassică Wentzel-Krammers-Brillouin (WKB), aceasta devine matricea Fröman [1, 10, 11] și depinde numai de momentele cinetice orbitale

$$K_{ll'}(\beta_2, \chi, \rho) = \int_{-1}^1 \bar{P}_\ell(x) \bar{P}_{l'}(x) \exp[D_C(x)] dx. \quad (18)$$

Funcțiile  $\bar{P}_\ell(x)$  sunt polinoame Legendre normate ca

$$\bar{P}_\ell(x) = \sqrt{\frac{2\ell+1}{2}} P_\ell(x). \quad (19)$$

Folosind termenul cuadrupolar al potențialului Coulomb deformat, integrandul se scrie

$$D_C(x) = \beta_2 \frac{\chi}{\sqrt{20\pi}} \sin 2\alpha (1 + \sin^2 \alpha) P_2(x) \quad (20)$$

funcție de parametrul

$$\cos^2 \alpha = \frac{\rho}{\chi} = \frac{Q}{V_C(R)}. \quad (21)$$

Proprietățile importante ale matricei Fröman sunt

$$\begin{aligned} K_{\ell\ell'}(\beta_2, \chi, \rho) &= K_{\ell'\ell}(\beta_2, \chi, \rho) \\ K_{\ell\ell'}^{-1}(\beta_2, \chi, \rho) &= K_{\ell\ell'}(-\beta_2, \chi, \rho) \\ K_{\ell\ell'}(0, \chi, \rho) &= \delta_{\ell\ell'}. \end{aligned} \quad (22)$$

În sistemul laboratorului, lărgimile de dezintegrare se estimează astfel [1]

$$\Gamma_c = \hbar v \frac{s_c N_c^2}{\Omega_j}. \quad (23)$$

$\Omega_j$  este ocuparea definită ca  $\Omega_j = j + \frac{1}{2}$  pentru emisia de protoni și  $\Omega_j = 1$  pentru emisia  $\alpha$  și HC.  $s_c$  este factorul spectroscopic de canal. Fragmentele emise sunt detectate într-un canal de moment cincetic total  $c$  și scopul principal este analizarea factorilor spectroscopici  $s_c$  în termeni de lărgimi de dezintegrare experimentale  $\Gamma_c^{(\text{exp})}$ .

Potențialul de interacție este descris prin potrivirea unui oscilator armonic (ho) deplasat cu partea monopolară a interacției realiste dublu pliată folosită eptnru

descrierea radioactivității  $\alpha$  și HC. Poate fi aproximată prin următoarea expresie, folosind două parabole și interacția Coulomb:

$$V(R) = V_0 + \frac{1}{2}\hbar\omega_0\beta_0(R - R_0)^2, \quad R < R_{\text{int}} \quad \langle 0 \rangle \quad (24)$$

$$= V_B - \frac{1}{2}\hbar\omega_1\beta_1(R - R_B)^2, \quad R \in [R_{\text{int}}, R_B] \quad \langle 1 \rangle$$

$$= V_B - c\left(\frac{R}{R_B} - 1\right), \quad R \in [R_B, R_c] \quad \langle 2 \rangle$$

$$= V_C(R) = \frac{Z_D Z_f e^2}{R}, \quad R > R_c \quad \langle 3 \rangle$$

Regiunea  $\langle 0 \rangle$  corespunde zonei de preformare a fragmentului, centrată pe suprafața nucleară, în vreme ce  $\langle 1 \rangle$  reprezintă potențialul nuclear, ansamblul reproducând cu o precizie rezonabilă interacția fragment–miez realistă. Mai mult, dincolo de al doilea punct de întoarcere  $R_{\text{int}}$ , regiunile  $\langle 1 \rangle - \langle 3 \rangle$  descriu adevarat potențialul de interacție pentru emisia de protoni.  $V_0$  este minimul ho deplasat, localizat la raza  $R_0$  unde fragmentul are maximul probabilității de formare. Parametrii ho  $\beta_k$  sunt dați de

$$\beta_k = \frac{1}{b_k^2} = \frac{\mu\omega_k}{\hbar} = d_f \hbar\omega_k, \quad k = 0, 1 \quad (25)$$

cu  $b_k$  parametrii ho de lungime și  $\omega_k$  frecvențele corespunzătoare. Masa redusă  $\mu$  a sistemului poate fi aproximată de  $\mu \approx \mu_f$  în cazul particulelor ușoare emise (protoni și  $\alpha$ ). În acastă aproximatie, constanta  $d_f$  este dată de

$$\begin{aligned} d_f = \frac{\mu_f c^2}{(\hbar c)^2} &= 0.024 \text{ MeV}^{-1} \text{ fm}^{-2} \text{ (proton)} \\ &= 0.096 \text{ MeV}^{-1} \text{ fm}^{-2} \text{ (\alpha).} \end{aligned} \quad (26)$$

$V_B$  este înălțimea barierei Coulomb la raza  $R_B$  și  $V_C$  este câmpul Coulomb electrostatic pentru numerele de sarcină  $Z_D$  și  $Z_f$  ce corespund fricei și fragmentului emisi. La punctul de întoarcere  $R_{\text{int}}$ , potențialul devine egal cu valoarea Q  $V(R_{\text{int}}) = Q$ . În regiunea  $\langle 0 \rangle$ , asta implică faptul că parametrul de lungime  $b_0$  are valoarea

$$b_0 = R_{\text{int}} - R_0. \quad (27)$$

Mai mult, în regiunea  $\langle 1 \rangle$  rezultă că frecvența de oscilator poate fi exprimată ca

$$\hbar\omega_1 = \frac{1}{R_B - R_{\text{int}}} \sqrt{\frac{2V_{\text{frag}}}{d_f}} \quad (28)$$

în termenii potențialului de fragmentare  $V_{\text{frag}} = V_B - Q$ . Asta conduce la o reprezentare generală a potențialului în regiunea  $\langle 1 \rangle$  ca

$$V(R) - Q = V_{\text{frag}}(1 - x^2), \quad x = \frac{R_B - R}{R_B - R_{\text{int}}}. \quad (29)$$

Impunând condițiile de continuitate pentru prima derivată la  $R_{\text{int}}$ , cele două frecvențe sunt conectate prin relația

$$\hbar\omega_0\beta_0(R_{\text{int}} - R_0) = \hbar\omega_1\beta_1(R_B - R_{\text{int}}). \quad (30)$$

Acet rezultat poate fi rescris ca

$$(\hbar\omega_0)^3 = (\hbar\omega_1)^4 (R_B - R_{\text{int}})^2 d_f = \frac{4}{d_f} \left( \frac{V_{\text{frag}}}{d_f} \right)^2. \quad (31)$$

Când aproximăm componenta de monopol a interacției realiste cu expresia (24), dependențele pentru raza internă și raza barierei sunt calculate ca

$$R_k^{(0)} = r_k \left( A_D^{\frac{1}{3}} + a_k \right), \quad k = \text{int}, B. \quad (32)$$

În analiza noastră vom considera intervalul  $\langle 1 \rangle - \langle 3 \rangle$  în ecuația (24) deoarece informația privitoare la regiunea  $\langle 0 \rangle$  este dată de factorul spectroscopic  $s_c$  în ecuația (23), exprimând lărgimea de dezintegrare în canal.

Pentru majoritatea emiterilor de protoni deformati, propagatorul Fröman al ecuației (18) este aproape diagonal. Totuși, acest lucru nu mai este adevarat pentru emiteri  $\alpha$  care au aceeași deformare și valori uzuale pentru  $\chi$  și  $\rho$ , ceea ce conduce la importanța cuplajului dintre canale [11]. În cazul emisiei de protoni, acest rezultat reduce ecuația (16) la

$$N_c \approx K_{\ell\ell}(R) \frac{g_c^{(\text{int})}(R)}{H_\ell^{(+)}(\chi, \rho)}. \quad (33)$$

Expresia de mai sus este valabilă pentru radioactivitatea  $\alpha$  și HC dacă ne restrângem analiza la tranziții între stările fundamentale ale nucleelor par-pare sau tranziții favorizate în nuclee cu numărul de masă impar, unde momentul cinetic orbital transferat este  $\ell = 0$ . Trebuie observat că pentru toate procesele de emisie tratate aici, maximul potențialului se află foarte aproape de bariera Coulomb pură. Analiza datelor experimentale disponibile evidențiază următoarele estimări

$$\begin{aligned} V(R_B) &= 0.926 V_C(R_B), \quad \sigma = 0.002 \text{ (protoni)} \\ &= 0.939 V_C(R_B), \quad \sigma = 0.003 \text{ (\alpha)} \end{aligned} \quad (34)$$

Astfel putem simplifica abordarea potrivind direct regiunile  $\langle 1 \rangle$  cu  $\langle 3 \rangle$ .

Funcția de undă externă este dată de o undă Coulomb–Hankel emergentă. În interiorul barierei, ea este descrisă de funcția Coulomb iregulară. Se poate astfel folosi aproximarea WKB, eroarea acestei estimări semiclasice fiind de 3–5% față de soluția exactă:

$$g_c^{(\text{ext})}(R) = H_\ell^{(+)}(\chi, \rho) \approx G_\ell(\chi, \rho) \xrightarrow{WKB} C_\ell (\cot \alpha)^{\frac{1}{2}} e^{S_C}. \quad (35)$$

Aici,  $S_C$  este acțiunea Coulomb

$$S_C = \chi \left( \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) \quad (36)$$

iar  $C_\ell$  este corecția Coulomb centrifugală

$$C_\ell = e^{c\ell(\ell+1)}, \quad c = \frac{\tan \alpha}{\chi}. \quad (37)$$

Funcția de undă internă poate fi aproximată la raza barierei cu expresia Hill-Wheeler [11, 12]

$$g_c^{(\text{int})}(R_B) = \frac{1}{D_\ell} \left( \frac{Q}{V_{\text{frag}}} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-S_N}. \quad (38)$$

$S_N$  este acțiunea nucleară

$$S_N = \frac{\pi V_{\text{frag}}}{2\hbar\omega_1} \quad (39)$$

iar  $D_\ell$  este corecția centrifugală nucleară

$$D_\ell = e^{d\ell(\ell+1)} \quad (40)$$

cu

$$d = \frac{\delta}{2\kappa} \sqrt{\frac{Q}{V_{\text{frag}}}} \left[ \frac{\delta}{\Delta^2 R_B} + \frac{R_B}{\Delta^3} \left( \arctan \frac{\delta}{\Delta} - \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (41)$$

unde

$$\delta = R_B - R_{\text{int}}, \quad \Delta = \sqrt{R_B^2 - \delta^2}. \quad (42)$$

Observăm că la raza barierei factorul WKB pre-exponențial  $\sqrt{\cot \alpha_B} = \left( \frac{Q}{V_{\text{frag}}} \right)^{\frac{1}{4}}$  se simplifică în (33). Astfel, introducând cantitățile

$$\begin{aligned} P_0 &= \hbar v e^{-2(S_N + S_C)} = \hbar v \exp \left[ -2 \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \sqrt{\frac{2\mu_f}{\hbar^2} [V(R) - Q]} dR \right] \\ P_\ell &= P_0 A_\ell \\ A_\ell &= \frac{K_{\ell\ell}^2}{(D_\ell C_\ell)^2}, \end{aligned} \quad (43)$$

din ecuațiile (23) și (33) obținem lărgimea de dezintegrare ca

$$\Gamma_c = \frac{s_c}{\Omega_j} P_\ell. \quad (44)$$

Aici,  $P_0$  joacă rolul penetrabilității monopolare prin bariera nucleară plus Coulomb și este proporțională cu bine-cunoscuta reprezentare WKB între punctele intern și extern de întoarcere în vreme ce  $A_\ell$  este o corecție generală centrifugală nucleară plus Coulomb ce ia în calcul deformarea nucleului. Cazul cu valori nenule ale lui  $\ell$  ce corespunde ocupării  $\Omega_j$  descrie emisia de protoni în vreme ce cazul cu  $\ell = 0$  și  $\Omega_j = 1$  descrie emisia  $\alpha$  și HC.

Mentionăm în acest context faptul că lărgimea de dezintegrare a canalului (44) poate fi rescrisă ca produsul dintre lărgimea redusă și penetrabilitatea Coulomb la raza barierei [1]. Pentru cazul simplu al emisiei  $\alpha$  sferice se obține

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \gamma_0^2(R_B) P_0^{(C)}(R_B) \\ \gamma_0^2(R_B) &= s_0 e^{-2S_N} \\ P_0^{(C)}(R_B) &= \hbar v e^{-2S_C}. \end{aligned} \quad (45)$$

Această definiție diferă printr-un factor constant de reprezentarea standard în termeni de matrice R a referinței [13]. Drept consecință se obține o lege universală

de dezintegrare ce leagă lărgimea redusă de potențialul de fragmentare printr-o dependență liniară cu panta negativă [14, 15]

$$\log_{10} \gamma_0^2(R_B) = -\frac{\pi \log_{10} e}{\hbar \omega_1} V_{frag} + \log_{10} s_0 . \quad (46)$$

## 2 Sistematica proceselor de emisie

Densițățile fragmentelor emise, prescrise conform ecuațiilor (5,6) sunt reprezentate în figura 1. Exemple de componente monopolare ale potențialelor obținute pentru câmpul mediu Woods-Saxon (emiteri de protoni) sau integrarea prin dublă pliere (emisia  $\alpha$  și HC) urmează în figurile 2-4, unde segmentele îngroșate denotă aproximarea parabolică pentru partea internă a barierei de potențial. Razele  $R_k^{(0)}$  pentru  $k = int, B$  au o dependență universală pentru fiecare tip de proces de emisie ca funcție de numărul de masă al nucleului, după cum este arătat în figura 5. Parametrul Coulomb  $\chi$  este reprezentat funcție de numărul de masă în figura 6. Figura 7 reprezintă raza redusă  $\rho_B$  la vârful barierei de potențial funcție de parametrul Coulomb. Similar, figura 8 arată potențialul de fragmentare  $V_{frag}$  funcție de numărul de masă al nucleelor fizică. Parametrul ho  $b_1$  al parabolei întoarse ce aproximează potențialul realist este reprezentat în figura 9 funcție de numărul de masă. Frecvențele ho  $\hbar \omega_1$  sunt reprezentate similar în figura 10.

Raportul corecțiilor centrifugale Coulomb și nucleară definite de ecuațiile (37,40) este prezentat în figura 11 ca funcție de parametrul Coulomb. Se observă faptul că raportul are o valoare mică, aproape constantă, de aproximativ 0.16. Figurile 12,13 reprezintă în aceeași convenție acțiunile semiclasice Coulomb și nucleară  $S_C$  și  $S_N$  din ecuațiile (36,39). Din aceste figuri este limpede că factorul spectroscopic poate fi analizat în două feluri. Prin ( $C$ ) notăm sistematica Coulomb, unde bariera centrifugală Coulomb dominantă este extrasă din lărgimea de dezintegrare experimentală iar penetrabilitatea ecuației (43) conține numai acțiunea Coulomb. Similar, prin ( $C + N$ ) notăm sistematica Coulomb plus nucleară plus Fröman, unde toate trei corecțiile sunt aplicate lărgimii experimentale și ambele acțiuni sunt considerate în ecuația (43). Terminologia se aplică identic pentru emiteri de protoni și particule  $\alpha$ . În cazul emisiei HC, analiza ( $C + N$ ) omite corecția Fröman datorită faptului că până și pentru fragmente grele și deformate, câmpul lor este foarte slab relativ la câmpul fragmentului sferic.

Factorii spectroscopici ai emiterilor de protoni sunt arătați funcție de numărul de masă în figura 14. Se observă două linii de regresie în jurul numărului de masă  $A = 145$  prin ecuația

$$\log_{10} s_p = -1.42 \left( A^{\frac{1}{3}} - A_0^{\frac{1}{3}} \right) + d_0. \quad (47)$$

Valoarea comună  $-1.42$  pentru pantă se datorează bine-cunoscutului caracter asimptotic exponențial al funcțiilor de undă protonice pe suprafața nucleară într-o groapă de oscilator armonic ce caracterizează mărimea câmpului mediu nuclear cu legea de frecvență  $\hbar \omega_0 = 41A^{-\frac{1}{3}}$  pentru raza  $R_0 = 1.2A^{\frac{1}{3}}$ . Nucleele care nu sunt descrise de aceste sistematice se află la frontieră regiunilor și manifestă de regulă schimbări semnificative de deformare alături de fenomene de coexistență a formelor.

Atât emisia  $\alpha$  cât și HC au factori spectroscopici ce pot fi caracterizați prin dependența de numărul de masă

$$\log_{10} s_f = X_1 A_f^{\frac{1}{3}} + X_2, \quad (48)$$

prezentată în figurile 15–17. Pentru emisia  $\alpha$  sistematica pe regiuni de magicitate se reduce la numai două cazuri, deasupra și dedesuptul lui  $^{208}\text{Pb}$ .

Pentru fiecare proces de emisie și metodologie definim funcțiile

$$F_f = s_f P_\ell \quad (49)$$

unde  $f$  denotă emisia de protoni,  $\alpha$  sau HC. În fiecare caz, factorul spectroscopic este calculat în respectiva sistematică și  $P_0$  este evaluat conform cu metodologia prescrisă, fie ( $C$ ) fie ( $C + N$ ). Cu această cantitate se pot construi sistematici universale de dezintegrare pentru toate procesele de emisie tratate, conform figurilor 18–19.

### 3 Dependența de deformare a emisiei de protoni ecranate

Emisia de protoni este specifică nucleelor cu număr mare și impar de protoni. Încă de la prima sa observare, a devenit o sursă inestimabilă de informații referitoare la structura nucleelor aflate departe de linia de  $\beta$ -stabilitate. Limita la care nucleele devin instabile la emiterea unui proton, joacă un rol foarte important în procesele de nucleosinteza a numeroase scenarii astrofizice. Studiul emisiei de protoni este astfel esențial pentru determinarea limitei de stabilitate protonică. Ca și în cazul dezintegrării  $\alpha$ , studiile teoretice ale emisiei de protoni sunt bazate pe premisa simplă a unei probleme unidimensionale de penetrare a unei bariere potențiale. Totuși, nucleele cu exces de protoni au anumite particularități structurale ce influențează acest canal de dezintegrare și care sunt la rândul lor potențiate în cadrul acestui fenomen. Acest fapt oferă oportunitatea de a studia de exemplu existența unor noi pături nucleonice sau anumite aspecte ale forței nucleare ce se manifestă în afara limitei de stabilitate protonică. Mai mult de atât, datorită sensibilității timpilor de înjumătățire la energia de reacție și la momentul orbital transferat, fenomenul de emisie a protonilor oferă informații spectroscopice de prima mână și constituie deosemenea un ambient propice pentru testarea diferitelor modele teoretice. Cu toate acestea, necesitatea unor estimări simple și rapide pentru timpii de înjumătățire ai emisiei de protoni a dus la dezvoltarea unor corelații simple dintre datele de dezintegrare și numerele nucleonice.

În acest studiu ne-am propus descrierea sistematică a emisiei de protoni pentru nuclei cu  $Z \geq 51$ , folosind corelații dintre elementele de structură și observabilele măsurate în reacții. Se caută o generalizare a formulii universale de dezintegrare pentru protoni prin includerea unui parametru de ecranare a interacției electrostatice și stabilirea legăturii acestuia cu deformarea nucleară.

Legea universală pentru emisia de protoni (UDLP) este:

$$\log_{10} T_{1/2} = a\chi + b\rho + c + d \frac{l(l+1)}{\rho}, \quad (50)$$

unde

$$\chi = Z_p Z_D \sqrt{\frac{A_p A_D}{(A_p + A_D) Q}}, \quad (51)$$

$$\rho = \sqrt{\frac{Z_p Z_D A_p A_D (A_p^{1/3} + A_D^{1/3})}{A_p + A_D}}, \quad (52)$$

cu  $A_{p(D)}$  și  $Z_{p(D)}$  notând numerele de masă și de sarcină ale particulei emise ( $p$ ) și a nucleului fizică ( $D$ ), în timp ce  $a, b, c$  și  $d$  sunt parametri ajustabili. Alte ingrediente ale dezintegrării sunt energia de reacție  $Q$  și valoarea minimă a momentului orbital  $l$  asociat protonului emis, ce satisface legile de conservare ale momentului orbital și al parității ce implică stările nucleare inițială și finală. Considerând o interacție electrostatică modelată de un potențial de tip Hulthen:

$$V(r) = \frac{\delta e_p^2 Z_D Z_p}{e^{\delta r} - 1}, \quad (53)$$

cu o sarcină protonică  $e_p$  și o măsură a ecranării  $\delta$ , putem generaliza formula UDLP după cum urmează:

$$\log_{10} T_{1/2} = a\chi \left(1 - s \frac{\eta\chi^2}{\rho^2}\right) + b\rho \left(1 + s \frac{\eta\chi^2}{\rho^2}\right) + c + d \frac{l(l+1)}{\rho}. \quad (54)$$

Contribuția adițională conține atât  $\chi$  cât și  $\rho$ , dar deasemenea în combinație cu

$$\eta = A_c^{1/3} + A_D^{1/3}, \quad (55)$$

și factorizată de parametrul  $s$ . Inițial, parametrii celor două formule sunt determinați minimizând cantitatea:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ \log_{10} \left( \frac{T_{th}^i}{T_{exp}^i} \right) \right]^2}, \quad (56)$$

pentru  $n = 39$  date experimentale. Surprinzător, fitul cu formula ecranată nu aduce nici o îmbunătățire, favorizând  $s = 0$ . Acesta este însă un efect statistic ce mediază diferite emisiile protonice din nucleee cu caracteristici structurale distincte. De exemplu, nucleele cu  $Z \leq 67$  sunt în mare parte foarte deformate, iar cele cu  $Z > 67$  sunt cu câteva excepții, puțin deformate și cu influențe de turtire ocazionale. Este atunci natural să se presupună că ecranarea este dependentă de deformare. Această ipoteză este verificată analizând deviațiile de la experiment ale predicțiilor UDLP ca funcție de deformare. Se constată astfel că majoritatea timpilor de înjumătățire pentru emițători cu  $\beta_2 < 0.24$  sunt supraestimați de UDLP, în timp ce datele pentru nucleee cu  $\beta_2 > 0.24$  sunt exclusiv subestimate. Trebuie să ne amintim acum că creșterea ecranării are un efect descrescător asupra timpilor de înjumătățire, deoarece aceasta subțiază bariera ce trebuie penetrată prin tunelare cuantică. Acest lucru sugerează faptul că doar nucleele slab deformate cu  $\beta_2 < 0.24$  ar beneficia de pe urma introducerii ecranării în interacția electrostatică. Fenomenologia din spatele acestei comportări se bazează pe faptul că emisia spontană de particule se realizează de-a

lungul axei elongate a sistemului nuclear. Astfel, în cazul nucleelor puternic alungite, protonul emis nu mai este influențat de difuzitatea distribuției de sarcină a nucleului fiind rămas.

Analiza de mai sus sugerează atunci următoarea dependentă de deformare a parametrului de ecranare:

$$s \longrightarrow s\theta(\beta_2^0 - \beta_2), \quad (57)$$

unde  $\beta_2^0 = 0.24$ , iar  $\theta$  este funcția Heaviside. Introducând această dependentă în Eq.(54), se obține legea de dezintegrare ecranată pentru emisia de protoni cu dependentă de deformare:

$$\log_{10} T_{1/2} = a\chi \left[ 1 - s\theta(\beta_2^0 - \beta_2) \frac{\eta\chi^2}{\rho^2} \right] + b\rho \left[ 1 + s\theta(\beta_2^0 - \beta_2) \frac{\eta\chi^2}{\rho^2} \right] + c + d \frac{l(l+1)}{\rho}. \quad (58)$$

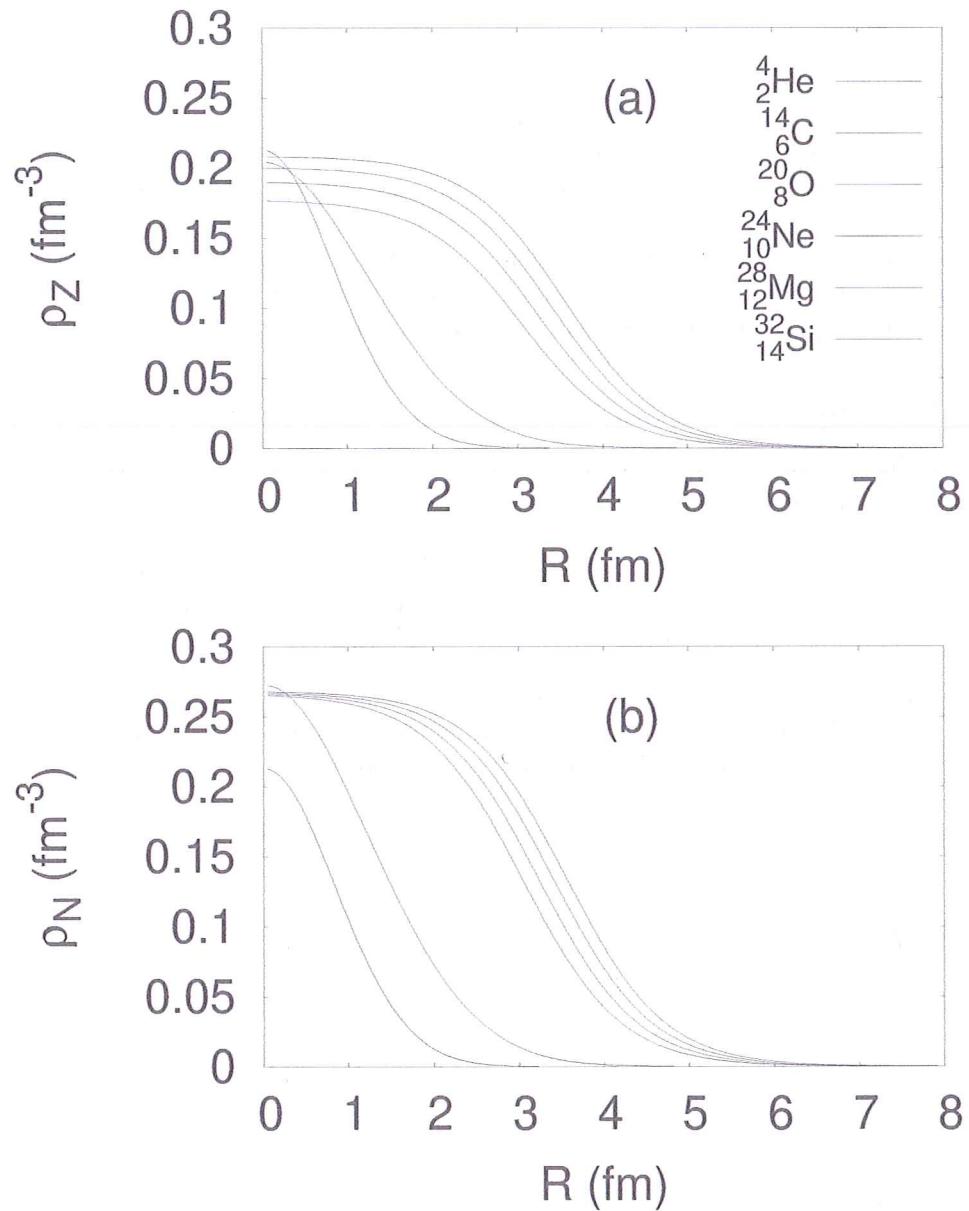
Parametrii  $a, b, c, d$  și  $s$  sunt fitați apoi din nou pentru același set de 39 de date.

În urma noului fit se obține un câștig în  $\sigma$  de la 0.458 la 0.342. Performanța noii formule este demonstrată aplicând-o la emisii de protoni cu date experimentale incomplete. Ca exercițiu, puterea s-a de predicție a fost folosită pentru extrapolare la puținele date experimentale referitoare la emisia spontană a doi protoni.

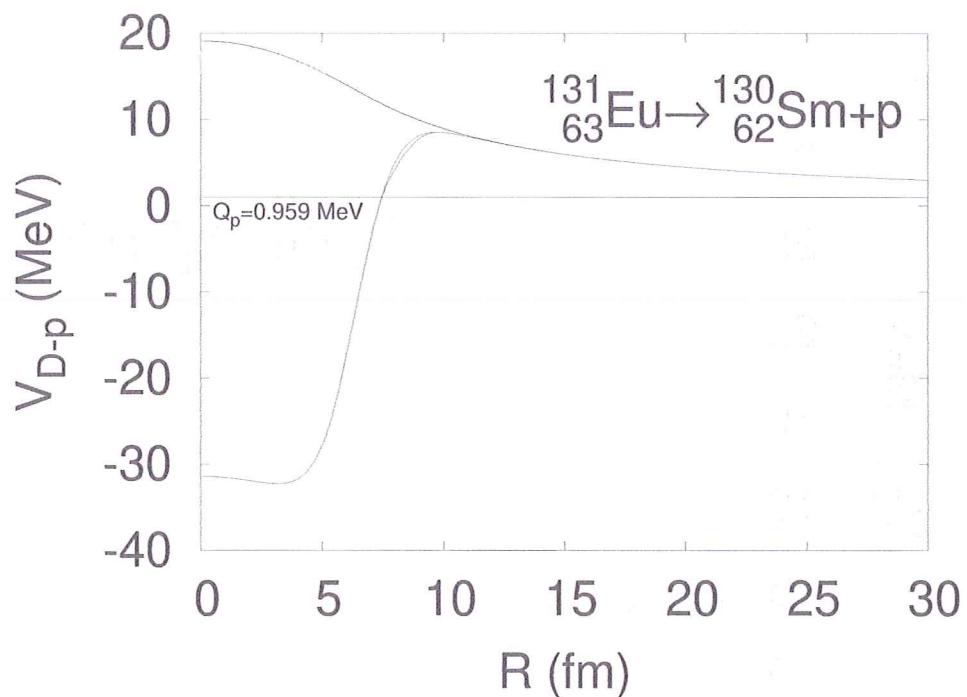
## Publicații

Studiul rezumat în acest raport și făcând obiectul proiectului este prezentat pe larg în două lucrări de cercetare, anume:

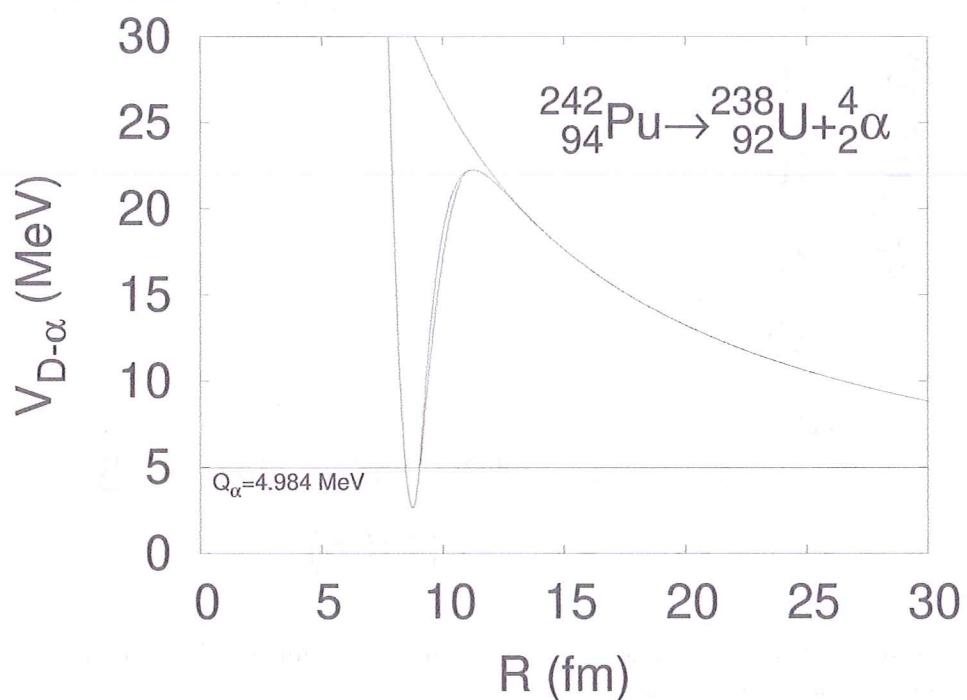
- A. Dumitrescu și D.S. Delion, *The Phenomenology of Particle and Cluster Emission*, în prezent expediată revistei Atomic Data and Nuclear Data Tables cu numărul de înregistrare ADNDT-D-21-00038.
- R. Budaca și A.I. Budaca, *Deformation Dependence of the Screened Decay Law for Proton Emission*, publicată la Nuclear Physics A și în prezent disponibilă on-line la următorul link: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2021.122355>.



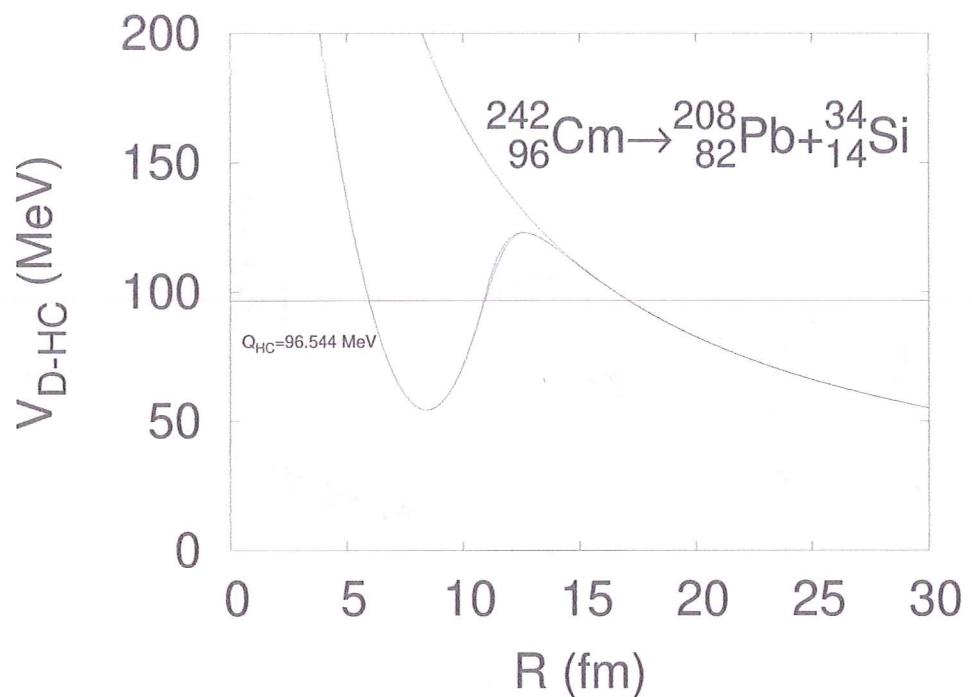
**Figura 1:** Densitățile protonice (a) și neutronice (b) versus rază pentru particule  $\alpha$  și fragmente mai grele.



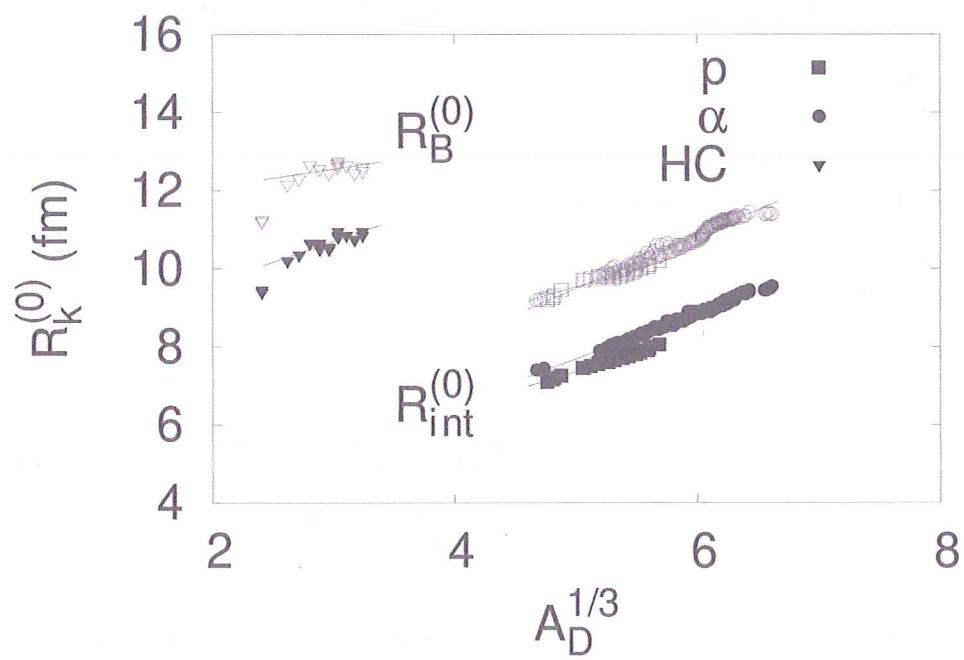
**Figura 2:** Componenta de monopol a câmpului mediu Woods–Saxon plus Coulomb proton–nucleu versus rază.



**Figura 3:** Componenta de monopol a potențialului de dublă pliere plus Coulomb  $\alpha$ -nucleu versus rază.



**Figura 4:** Componenta de monopol a potențialului de dublă pliere plus Coulomb HC-nucleu versus rază.



**Figura 5:** Razele de barieră și razele interne versus numărul de masă.

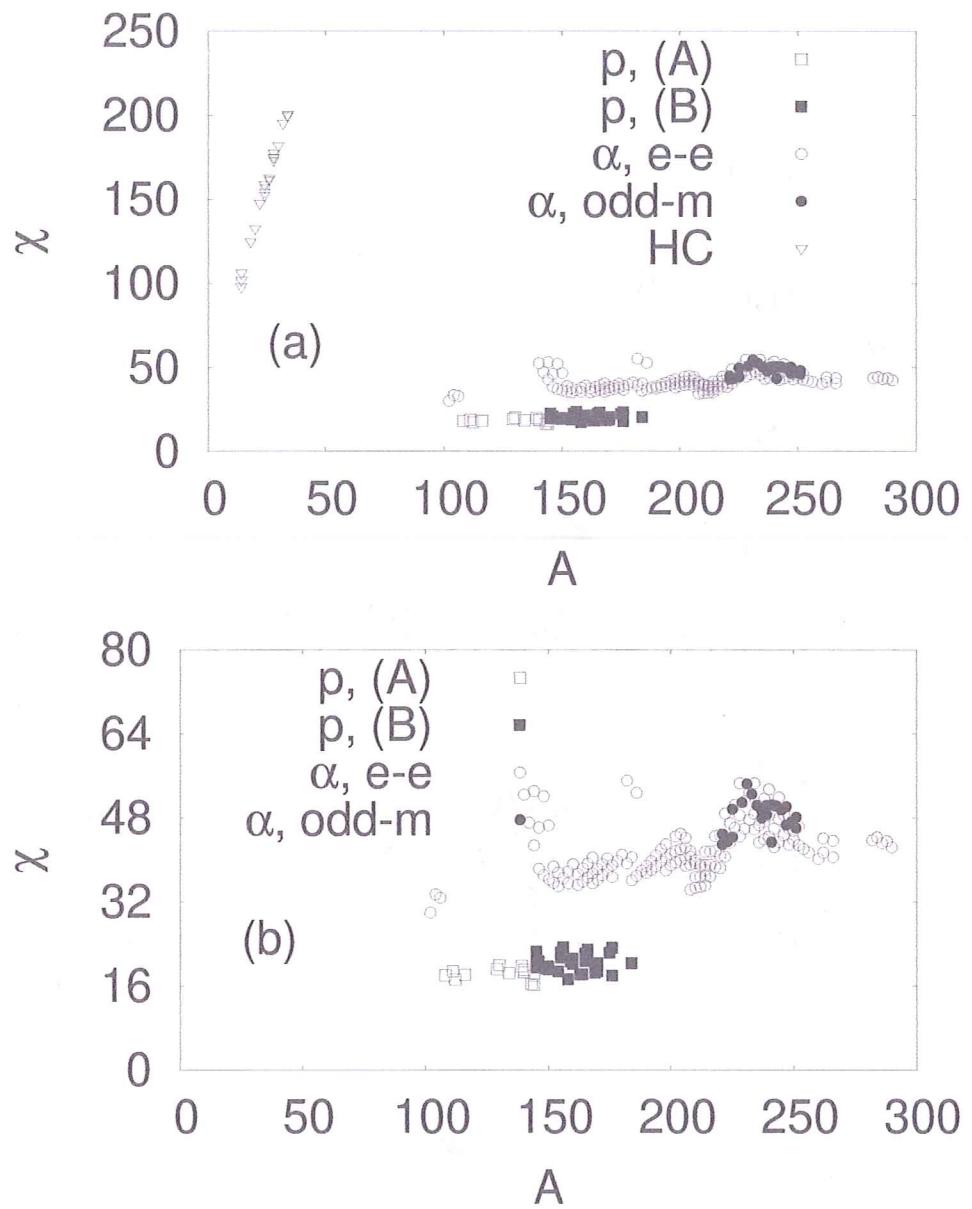
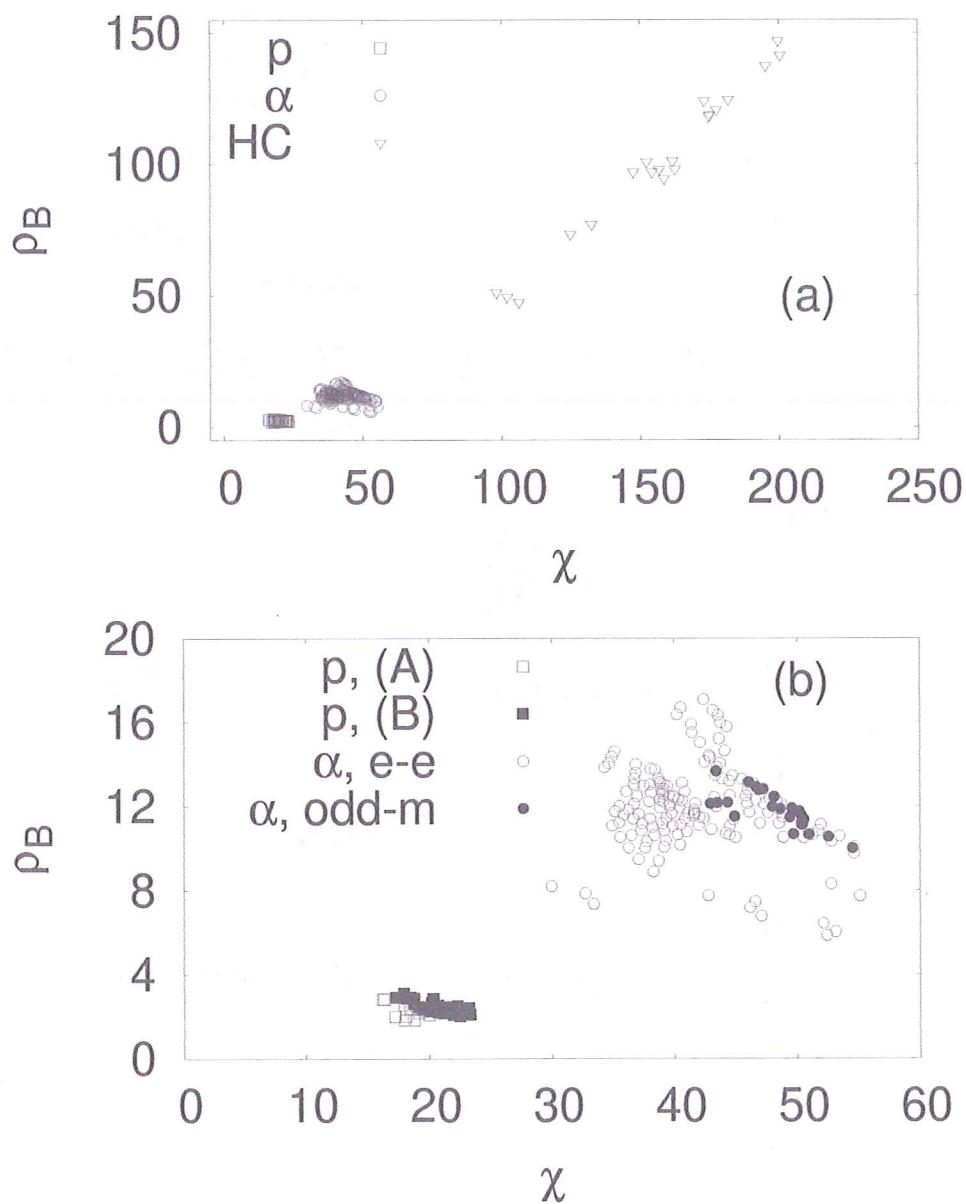
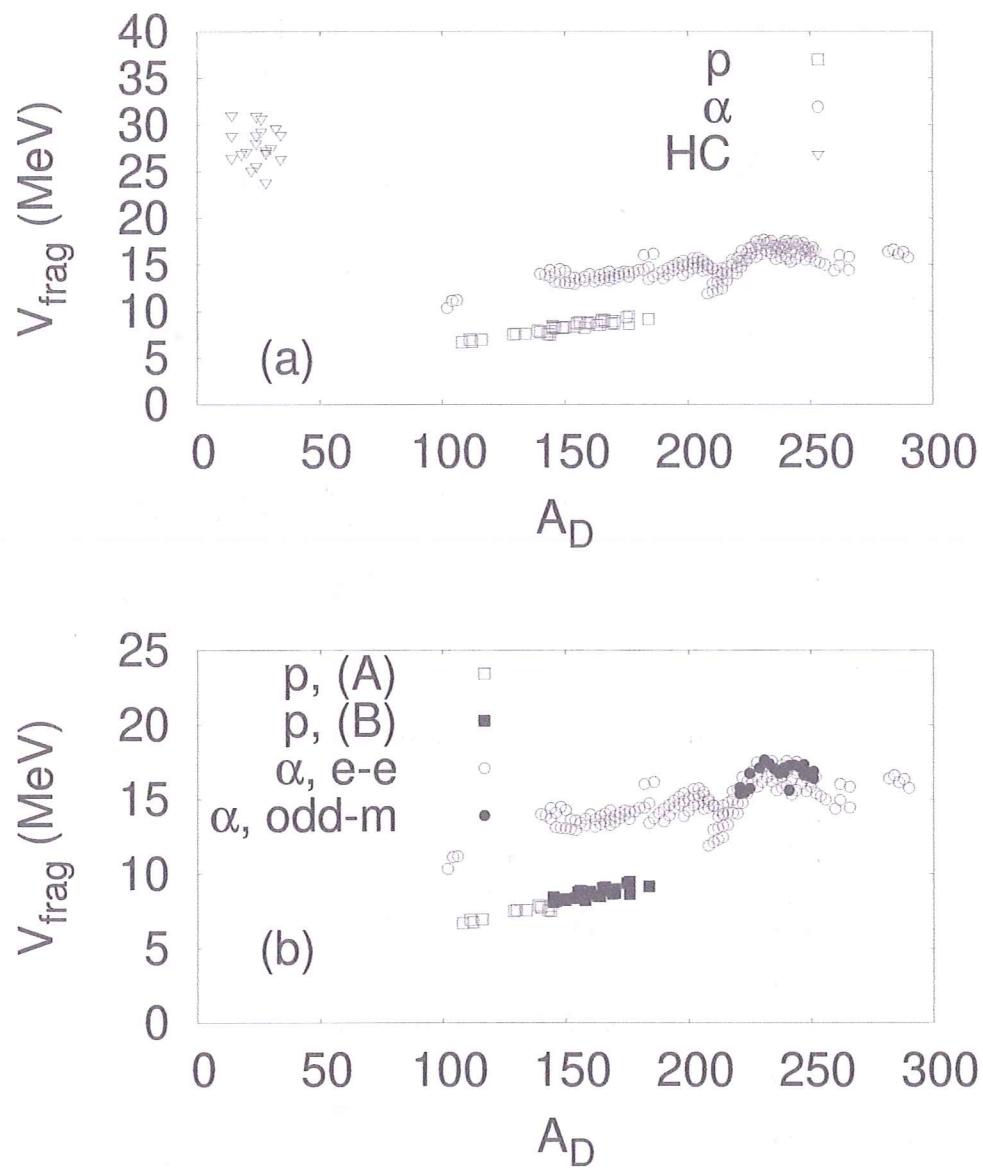


Figura 6: Parametrul Coulomb versus numărul de masă.



**Figura 7:** Raza redusă la barieră versus parametrul Coulomb.



**Figura 8:** Potențialul de fragmentare versus numărul de masă.

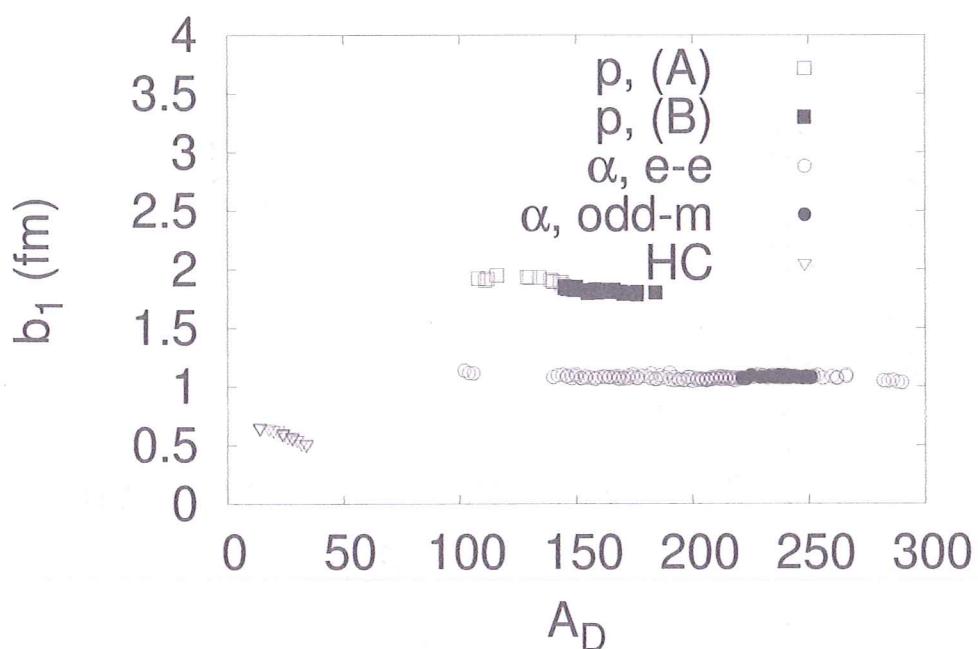


Figura 9: Parametrul  $b_1$  versus numărul de masă.

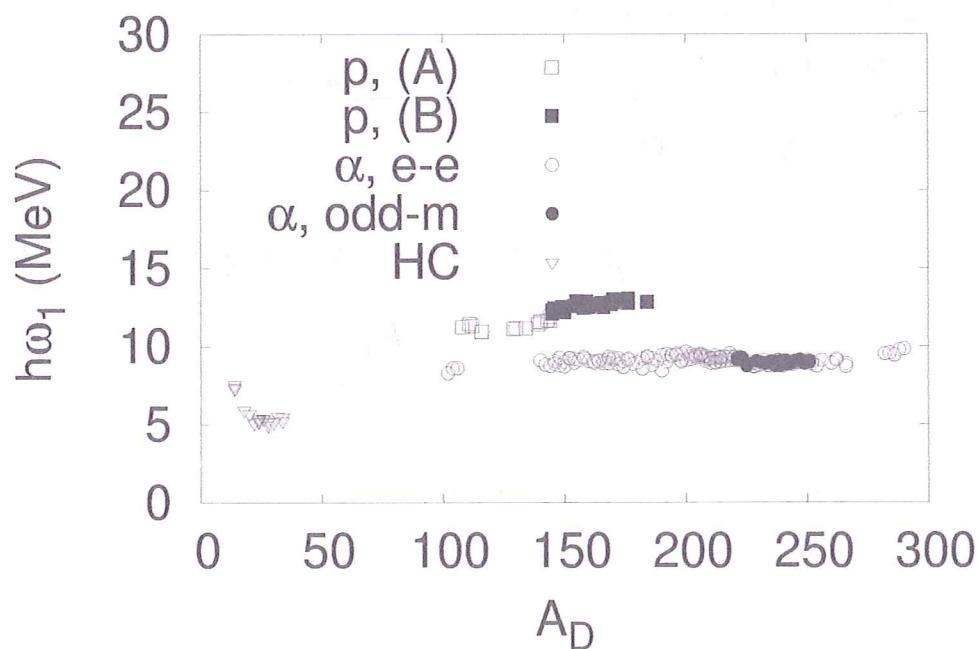
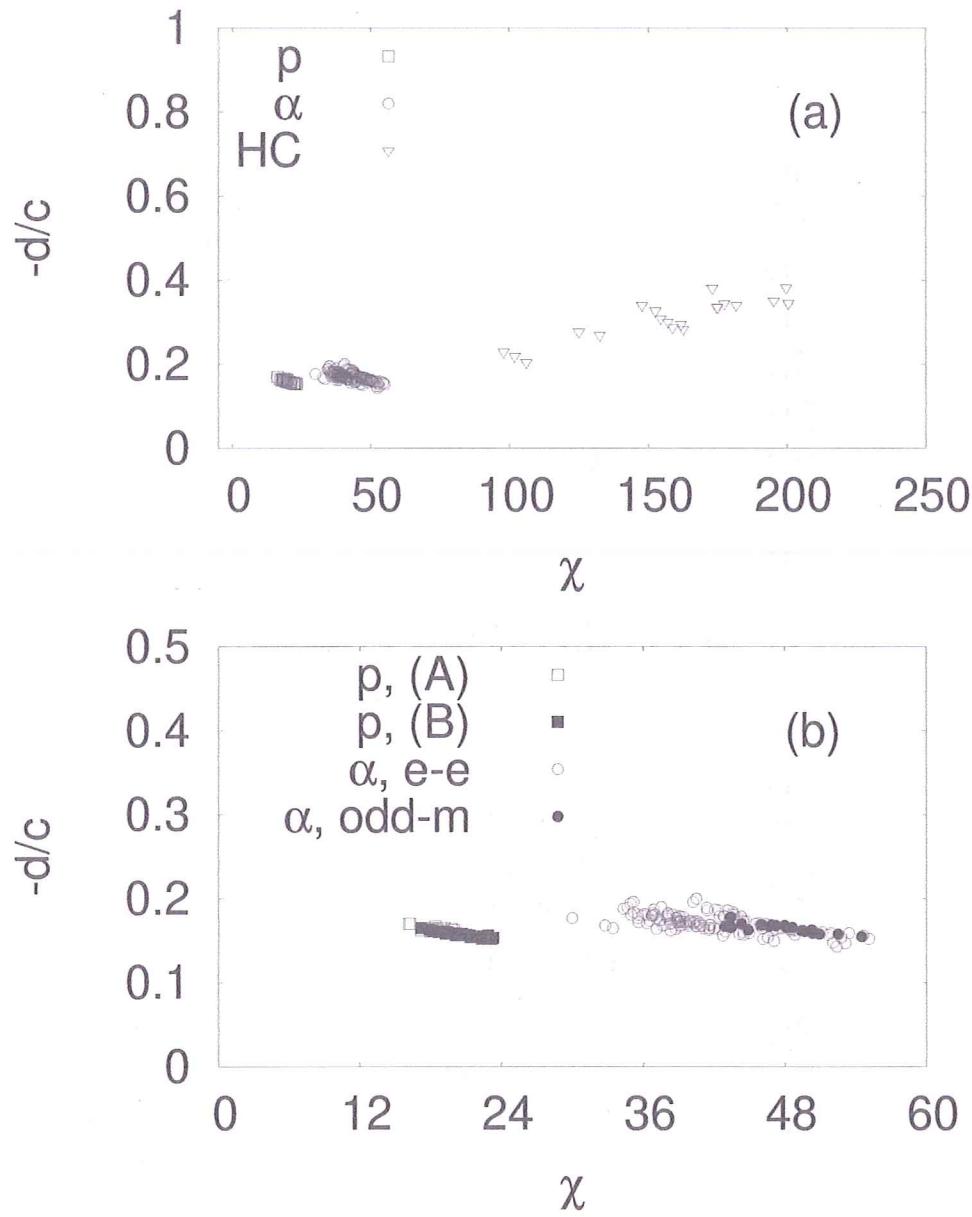


Figura 10: Frecvența  $\omega_1$  versus numărul de masă.



**Figura 11:** Raportul corecțiilor centrifugale nucleară și Coulombiană versus parametrul Coulomb.

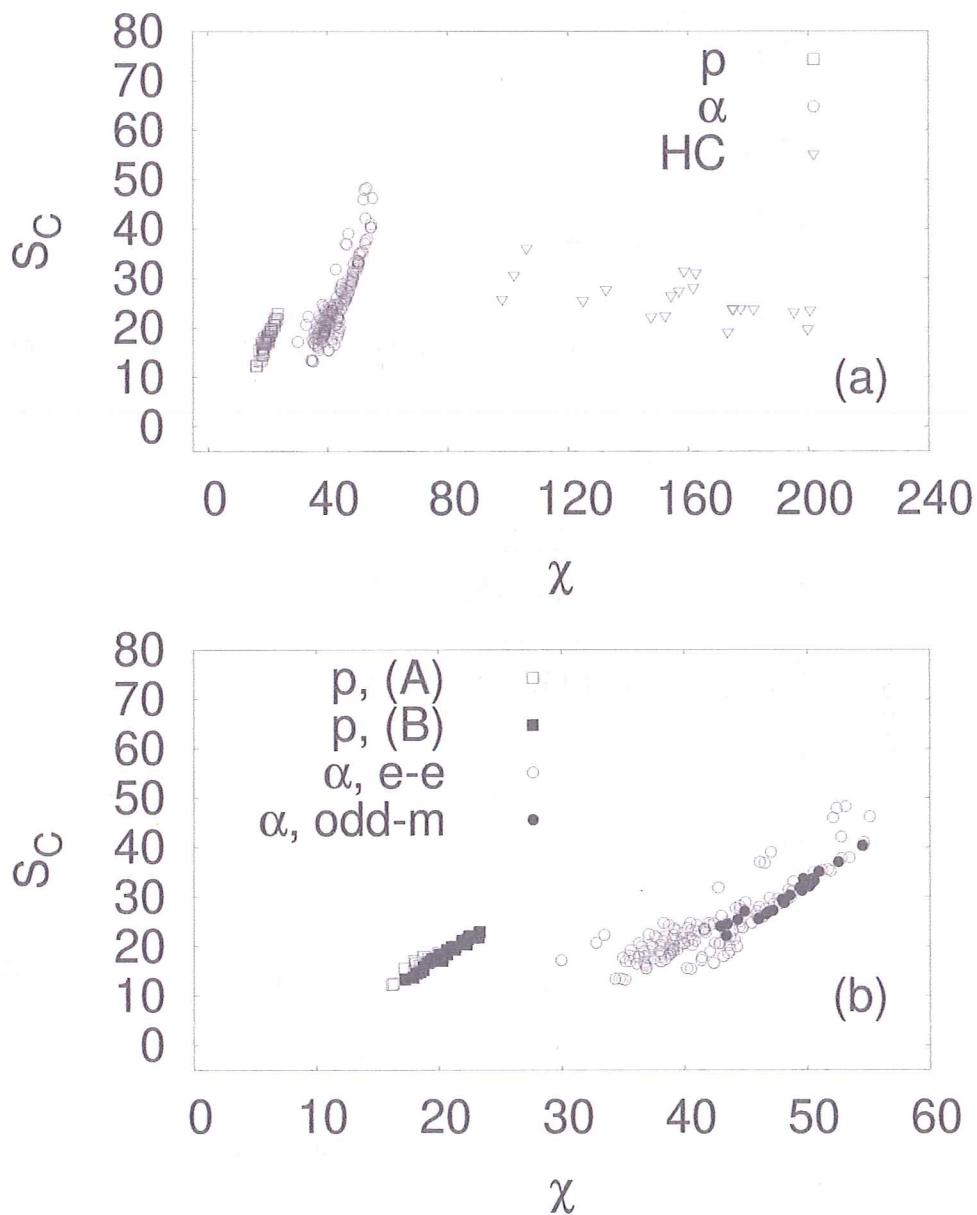


Figura 12: Acțiunea semiclassică Coulomb versus parametrul Coulomb.

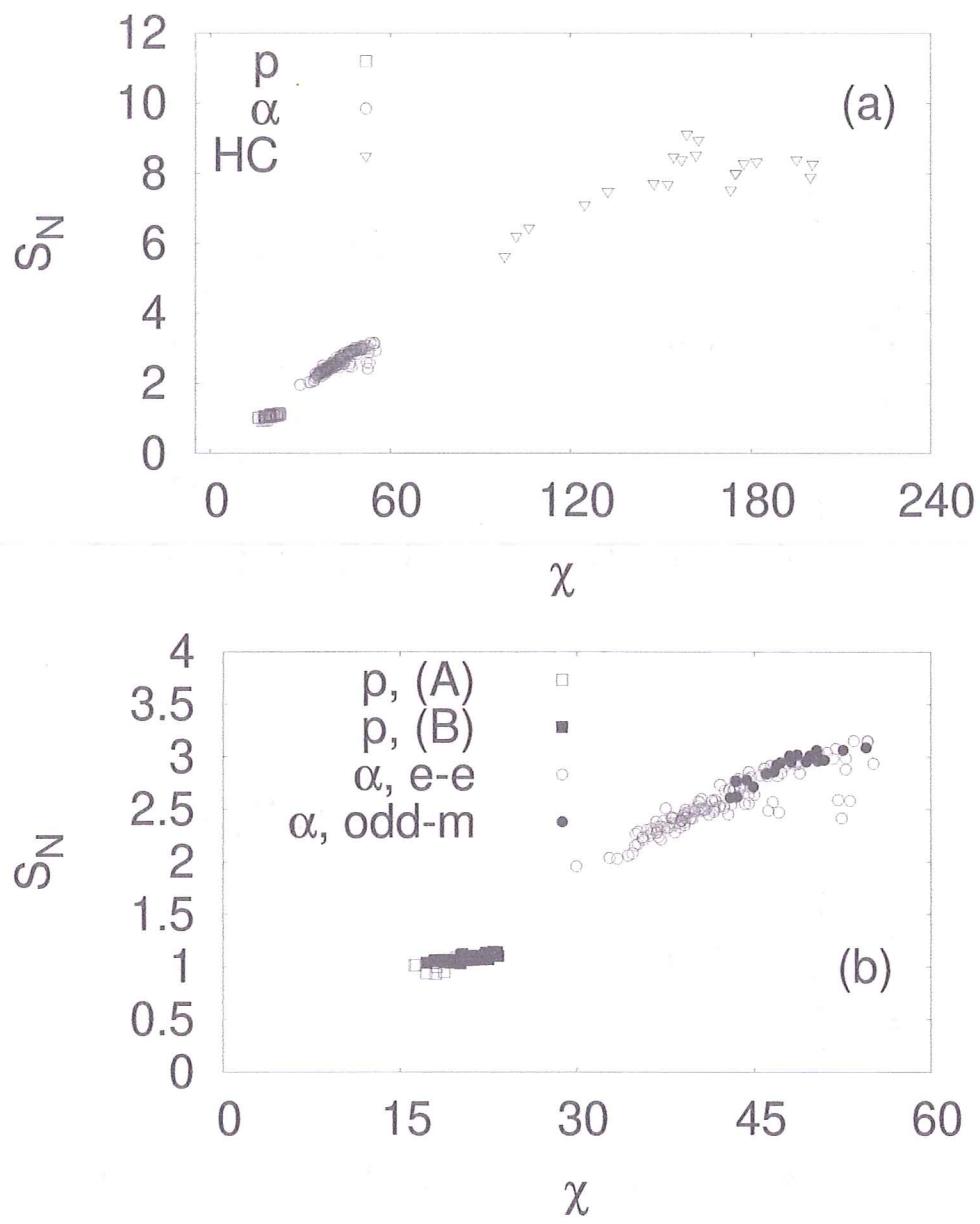
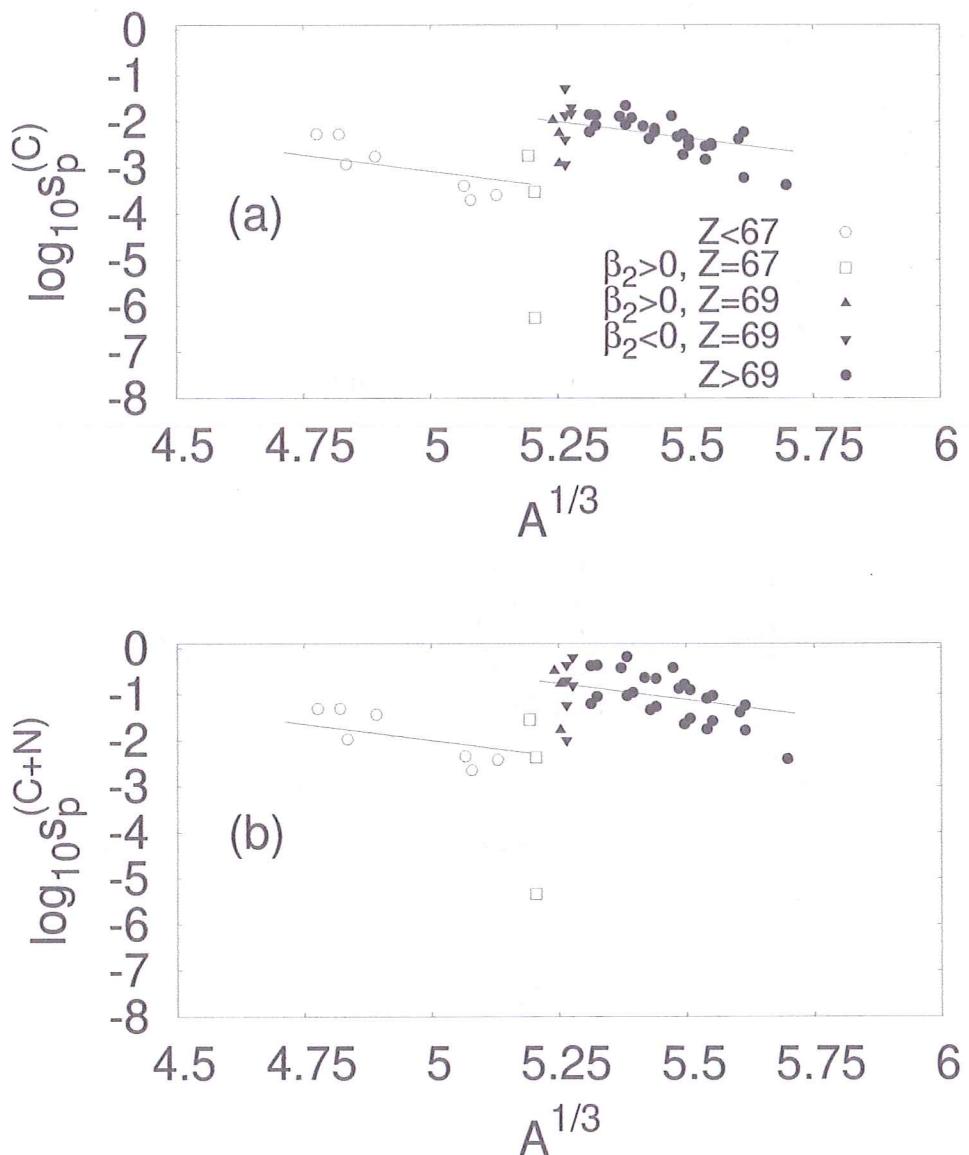
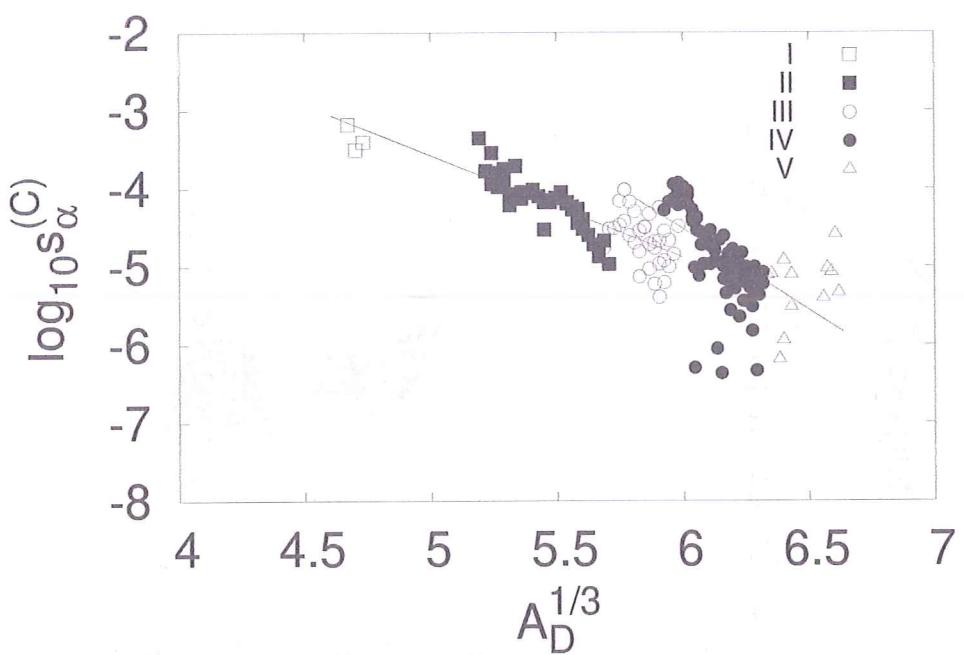


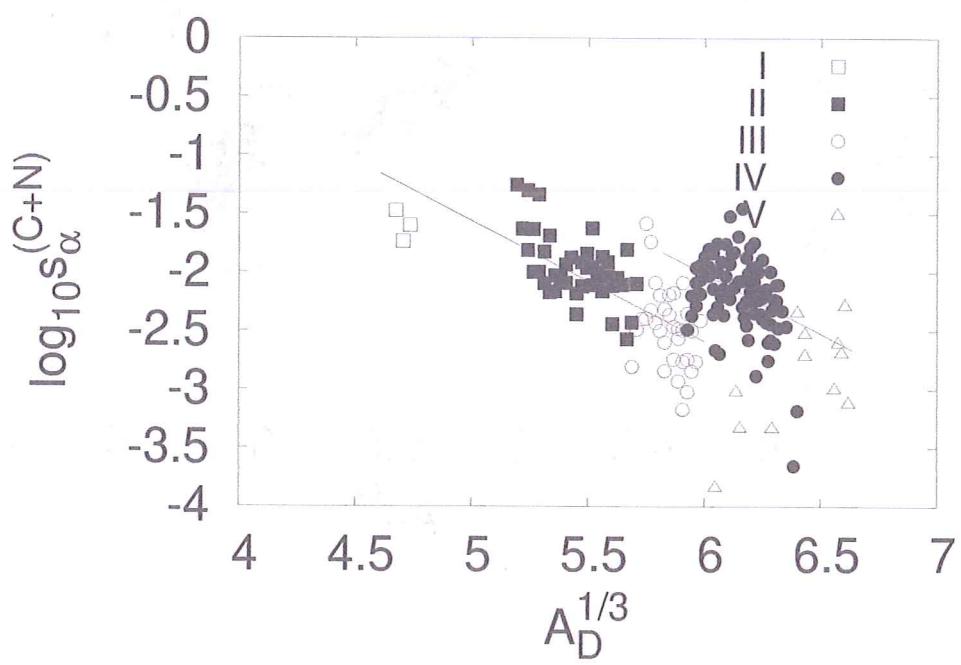
Figura 13: Acțiunea nucleară versus parametrul Coulomb.



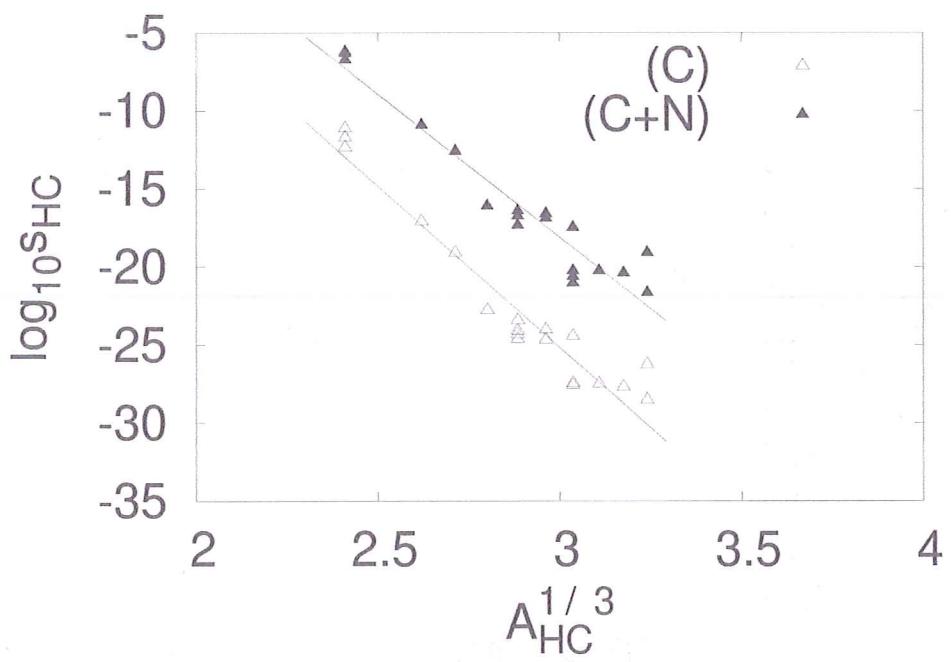
**Figura 14:** Logaritmul factorului spectroscopic versus numărul de masă pentru emisia de protoni.



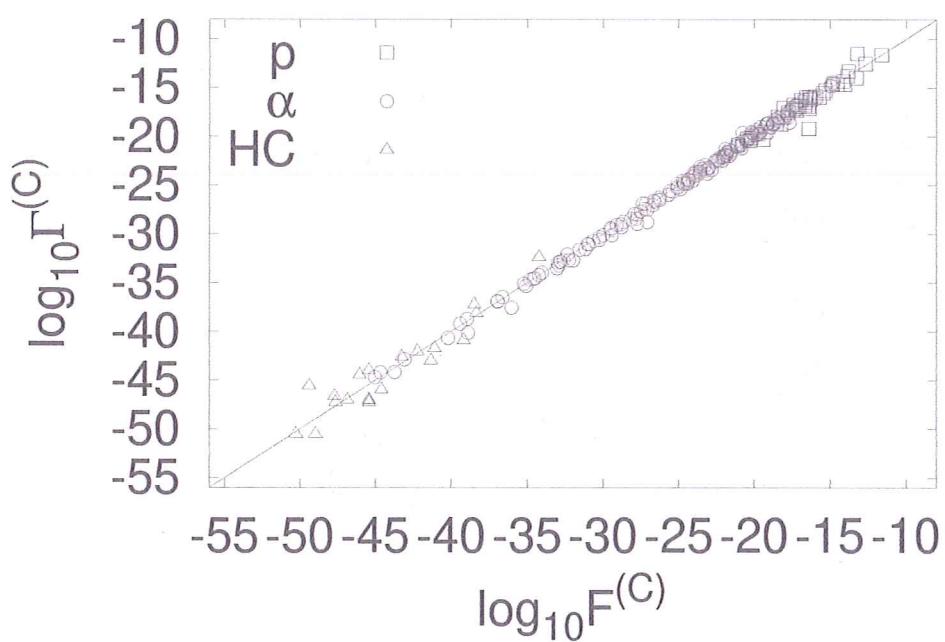
**Figura 15:** Logaritmul factorului spectroscopic versus numărul de masă pentru emisia  $\alpha$ . Termenul Coulomb este extras din lărgimea experimentală.



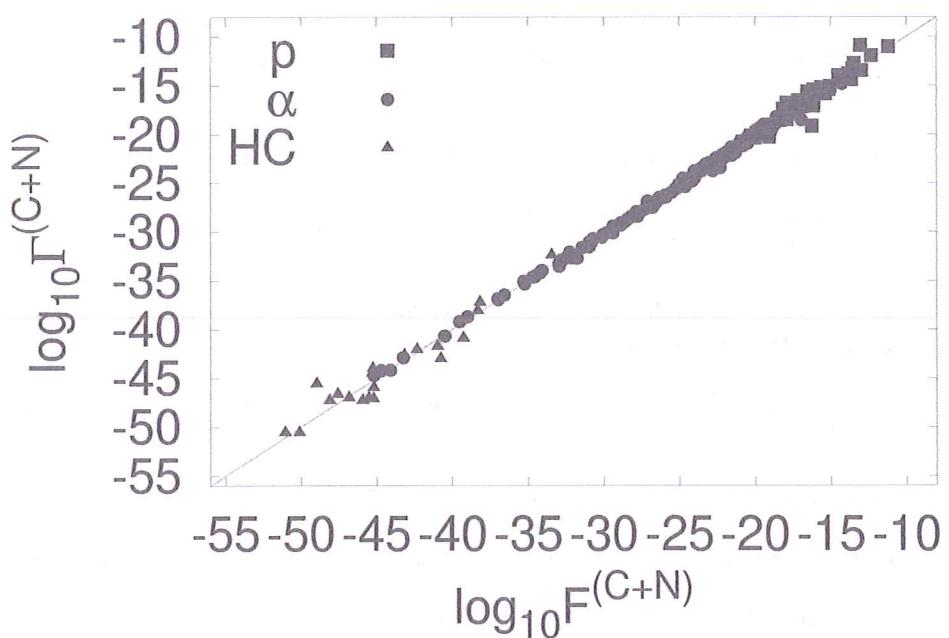
**Figura 16:** Logaritmul factorului spectroscopic versus numărul de masă pentru emisia  $\alpha$ . Termenii Coulomb plus nuclear plus Fröman sunt extrași din lărgimea experimentală.



**Figura 17:** Logaritmul factorului spectroscopic versus numărul de masă pentru emisia HC.



**Figura 18:** Logaritmul lărgimii de dezintegrare experimentale fără bariera centrifugală Coulomb versus logaritmul lărgimii de dezintegrare teoretice calculate în sistematica Coulomb pentru toate procesele de emisie.



**Figura 19:** Logaritmul lărgimii de dezintegrare experimentale fără bariera centrifugală Coulomb plus nucleară și cu corecția Fröman versus logaritmul lărgimii de dezintegrare teoretice calculate în sistematica Coulomb plus nucleară pentru toate procesele de emisie.

## Bibliografie

- [1] D.S. Delion, *Theory of Particle and Cluster Emission*, (Springer-Verlag, Berlin, 2010).
- [2] D.S. Delion și A. Dumitrescu, At. Data Nucl. Data Tab. **101**, 1 (2015).
- [3] J. Dudek, Z. Szymanski, T. Werner, A. Faessler, și C. Lima, Phys. Rev. C **26**, 1712 (1982).
- [4] S. Cwiok, J. Dudek, W. Nazarewicz, W. Skalski, și J. Werner, Comp. Phys. Comm. **46**, 379 (1978).
- [5] G. Bertsch, J. Borysowicz, H. McManus, și W.G. Love, Nucl. Phys. A **284**, 399 (1977).
- [6] G.R. Satchler și W.G. Love, Phys. Rep. **55**, 183 (1979).
- [7] F. Cârstoiu și R.J. Lombard, Ann. Phys. (N.Y.) **217**, 279 (1992).
- [8] Dao Khoa T., Phys. Rev. C **63**, 034007 (2001).
- [9] J.M. Eisenberg și W. Greiner, *Nuclear Theory, Volume 2: Excitation Mechanisms of the Nucleus*, (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1976, p. 170).
- [10] P.O. Fröman, Mat. Fys. Scr. Dan. Vid. Selsk. 1 no. 3 (1957).
- [11] S.A. Ghinescu și D.S. Delion, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **48**, 105108 (2021).
- [12] D.S. Delion și A. Dumitrescu, Phys. Rev. C **102** 014327 (2020).
- [13] A.M. Lane și R.G. Thomas, Rev. Mod. Phys. **30** 257 (1958).
- [14] D.S. Delion, Phys. Rev. C **80**, 024310 (2009).
- [15] D.S. Delion și A. Dumitrescu, Phys. Rev. C **103** (5), 054325 (2021).

----- Original Message -----  
Subject: Confirming submission to Atomic Data and Nuclear Data Tables  
From: "Atomic Data and Nuclear Data Tables" <[em@editorialmanager.com](mailto:em@editorialmanager.com)>  
Date: Mon, November 8, 2021 12:49 pm  
To: "Alexandru Dumitrescu" <[alexandru.dumitrescu@theory.nipne.ro](mailto:alexandru.dumitrescu@theory.nipne.ro)>

---

\*This is an automated message.\*

The Phenomenology of Particle and Cluster Emission

Dear Dr. Dumitrescu,

We have received the above referenced manuscript you submitted to Atomic Data and Nuclear Data Tables.

To track the status of your manuscript, please log in as an author at <https://www.editorialmanager.com/adndt/>, and navigate to the "Submissions Being Processed" folder.

Thank you for submitting your work to this journal.

Kind regards,  
Atomic Data and Nuclear Data Tables

More information and support

You will find information relevant for you as an author on Elsevier's Author Hub: <https://www.elsevier.com/authors>

FAQ: How can I reset a forgotten password?

[https://service.elsevier.com/app/answers/detail/a\\_id/28452/supporthub/publishing/](https://service.elsevier.com/app/answers/detail/a_id/28452/supporthub/publishing/)

For further assistance, please visit our customer service site:

<https://service.elsevier.com/app/home/supporthub/publishing/>

Here you can search for solutions on a range of topics, find answers to frequently asked questions, and learn more about Editorial Manager via interactive tutorials. You can also talk 24/7 to our customer support team by phone and 24/7 by live chat and email

---

In compliance with data protection regulations, you may request that we remove your personal registration details at any time. (Use the following URL: <https://www.editorialmanager.com/adndt/login.asp?a=r>). Please contact the publication office if you have any questions.

--

Dr. Alexandru DUMITRESCU  
Scientific Researcher III  
Department of Theoretical Physics, IFIN-HH  
email: [alexandru.dumitrescu@theory.nipne.ro](mailto:alexandru.dumitrescu@theory.nipne.ro)

( )

( )