

B.1. Propunere de proiect (max 10 pagini în limba română)

1. Titlul:

DESCRIEREA PROPRIETĂȚILOR DE DEFORMARE ȘI DE DEZINTEGRARE A NUCLEELOR ATOMICE

Domeniul științific: *Investigarea fenomenologică și microscopică a structurilor atomice și nucleare* (Nr. 11 din secțiunea VI a pachetului de informații).

2. Cuvinte cheie:

Câmp mediu; Suprafață de energie potențială; Deformare; Derivată fracțională, Structură nucleară; Clusterizare alfa; Amplitudine de formare alfa; Lărgime de dezintegrare alfa; Metoda Hartree-Fock-Bogoliubov.

3. Obiective, cu indicarea importanței acestora:

- **Obiectiv 1:** Descrierea deformării nucleelor în starea lor fundamentală cu ajutorul unui formalism microscopic-macroscopic, având ca ingredient energii uniparticulă determinate în cadrul unui grup al rotațiilor fracționale.

Importanță: Structura în pături a nucleelor atomice este descrisă foarte bine de modele microscopice. Un exemplu în acest sens este modelul Nilsson [1], care reproduce numerele magice nucleare prin adoptarea unei interacții spin-orbită postulate. Această interacție este departe de a fi înțeleasă din punct de vedere teoretic suficient de bine, pentru a oferi o explicație plauzibilă pentru emergența numerelor magice observate experimental. Eșecul extrapolării interacției spin-orbită la nuclee aflate departe de stabilitate, în special la regiunea elementelor supergrele arată importanța investigării efectului interacției spin-orbită asupra structurii nucleare, care de altfel reprezintă în sine un subiect imens în fizica nucleară. Desigur, există în prezent modele microscopice mult mai sofisticate ce nu necesită introducerea explicită a unei interacții spin-orbită. Totuși numeroasele parametrizări ale interacției nucleon-nucleon folosite în astfel de studii au rezultate divergente sau chiar contradictorii referitoare la închiderea de pături în zonele puțin cercetate experimental ale tabelului de nuclizi. Astfel, baza teoretică a numerelor magice rămâne o problemă deschisă, ce poate fi rezolvată doar cunoscând simetria sistemului nuclear de mai multe corpuri. Metodele bazate pe grupuri de simetrie au fost folosite de mult timp și cu succes în structura nucleară, cum ar fi modelul $SU(3)$ al lui Elliott [2] sau modelul IBM pentru stările colective [3]. În acest studiu se va folosi o metodă de grup teoretic bazat pe calcul fracțional [4, 5, 6, 7, 8] ce generează un spectru uniparticulă similar celui din modelul Nilsson, dar cu numerele magice incluse de la bun început. Un astfel de model a fost folosit cu succes pentru reproducerea calitativă a evoluției maselor nucleare, considerând doar deformarea axială [9]. Mai mult de atât, s-a constatat că ordinul derivatei fracționale simulează efectul interacției spin-orbită. Chiar dacă modelul prezintă avantaje evidente cum ar fi reproducerea corectă a secvenței de numere magice sau faptul că energiile uniparticulă sunt date în formă analitică, acesta nu a fost explorat mai departe. În acest studiu se propune studierea abilității acestui model de a descrie mai detaliat deformarea nucleelor atomice prin introducerea

triaxialității. În acest mod se poate verifica dacă modelul este potrivit pentru studiul emergenței triaxialității și rigiditatea acesteia, precum și a fenomenelor de tranzizie și coexistență a formelor nucleare.

- **Obiectiv 2:** Descrierea microscopică a clusterizării alfa în nuclee.

Importanță: Este cunoscut faptul că valoarea absolută a lărgimii de dezintegrare alfa calculată prin metode microscopice care utilizează conceptul de câmp mediu nuclear subestimează valoarea experimentală cu 2-3 ordine de mărime [14]. Aceasta se datorează faptului că procedura clasică de construire a unui cluster alfa din orbitali uniparticulă, doi protonici și doi neutronici, nu ia în considerare corelațiile suplimentare de patru particule care apar în zona suprafeței nucleare, unde densitatea scade puternic, fiind deci favorizate structurile de tip alfa care au o energie de legătură mare. Aceste efecte apar în mod preponderent în zona de deasupra nucleelor având numere magice pentru sistemul de protoni (neutroni) $Z(N) = 50, 82, 126$. De-a lungul timpului au existat încercări de a rezolva această problemă prin

(a) obținerea unor orbitali uniparticulă având o constantă de oscilator modificată care să mărească valoarea funcției de undă în zona suprafeței [15], sau prin

(b) utilizarea unui câmp mediu nuclear ce conține o componentă Gaussiană suplimentară pe suprafața nucleului, care simulează corelațiile de tip alfa [16].

Acest tip de abordare prin utilizarea unor componente adiționale la câmpul mediu standard nu este una selfconsistentă. Obiectivul acestei părți a proiectului este de a produce o mărire a corelațiilor de patru corpuri în zona suprafeței nucleare, ce conduce la descrierea realistă a valorii lărgimii de dezintegrare alfa, prin generalizarea procedurii standard Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) de producere consistentă a câmpului mediu nuclear. Această metodă va lua în considerare corecțiile de patru corpuri din regiunea suprafeței într-un mod selfconsistent și o vom numi metoda Hartree-Fock-Bogoliubov-cluster (HFB-c).

4. Metodologie:

[**Obiectiv 1**] Pentru obținerea suprafețelor de energie potențială se va folosi modelul microscopic-macroscopic pentru a calcula energia totală a unui nucleu dat, ca funcție de deformarea suprafeței acestuia. Ne vom concentra doar pe nuclee par-pare. În cele ce urmează se vor expune toate elementele necesare calculului:

- *Partea macroscopică* este calculată în cadrul modelului "Finite Range Liquid Drop Model" (FRLDM) [10]. Cum ne interesează doar aspectele legate de deformare, contribuția energetică de picătură de lichid va fi definită față de forma sferică. Există doar doi termeni în formula de masă ce depind explicit de deformare. Aceștia sunt energia de suprafață și energia Coulombiană. Aceste cantități sunt definite ca niște integrale de volum duble ce urmăresc forma nucleară, și posedă forme analitice compacte pentru cazul sferic. Pentru o deformare arbitrară, aceste integrale pot fi factorizate cu rezultatul sferic și un factor de anizotropie care nu este nimic altceva

decât raza pătratică medie a unui elipsoid scalat la volumul unei sfere cu raza egală cu unitatea [11].

- *Contribuția microscopică* este dată de corecțiile de pături și de împerechere atât pentru protoni cât și pentru neutroni. Cele două corecții sunt calculate în baza unui set de nivele uniparticulă. Pentru corecția de împerechere se va folosi aproximația BCS, în timp ce pentru corecția de pături se va folosi metoda Strutinsky [12, 13].

Ingredientul nou și esențial pentru contribuția microscopică este setul de energii uniparticulă. Acesta este determinat dintr-un model bazat pe reprezentarea de dimensiunea 9 a grupului fracțional de rotații cu două definiții ale derivatei fracționale, Caputo și Riemann. Acțiunea celor două definiții este următoarea

$${}_C\partial_x^\alpha x^{n\alpha} = \begin{cases} \frac{\Gamma(1+n\alpha)}{\Gamma(1+(n-1)\alpha)} x^{(n-1)\alpha}, & n > 0 \\ 0, & n = 0, \end{cases} \quad (1.1)$$

pentru Caputo și

$${}_R\partial_x^\alpha x^{n\alpha} = \frac{\Gamma(1+n\alpha)}{\Gamma(1+(n-1)\alpha)} x^{(n-1)\alpha} \quad (1.2)$$

pentru Riemann. Modelului rezultat i se asociază următorul lanț de subalgebre [9] Caputo-Riemann-Riemann (CRR):

$${}_{CRR}G \supset {}_C SO^\alpha(3) \supset {}_R SO^\alpha(3) \supset {}_R SO^\alpha(3). \quad (1.3)$$

$0 \leq \alpha \leq 1$ este ordinul derivatei fracționale, care este o generalizare a celei de ordin întreg. Folosind cele două definiții, se introduce momentul cinetic al grupurilor fracționale implicate în felul următor:

$${}_{R,C}L_{ij}(\alpha) = i\hbar (x_i^\alpha \cdot {}_{R,C}\partial_j^\alpha - x_j^\alpha \cdot {}_{R,C}\partial_i^\alpha). \quad (1.4)$$

Hamiltonianul asociat grupului construit este dat de:

$$H = \omega_1 {}_C L_1^2(\alpha) + \omega_2 {}_R L_2^2(\alpha) + \omega_3 {}_R L_3^2(\alpha). \quad (1.5)$$

Așa cum funcțiile de undă asociate fiecărei rotații trebuie să fie invariante la inversia spațială, proiecțiile momentului cinetic fracțional pe axele corespunzătoare sunt restrânse la valori întregi $M_i = 2n_i$ cu $n_i = 0, 1, 2, 3, \dots$. În aceste circumstanțe, valorile proprii ale Hamiltonianului (1.5) sunt imediat determinate ca fiind:

$$E(\alpha) = \sum_{i=1}^3 \omega_i \frac{\Gamma(1+(2n_i+1)\alpha)}{\Gamma(1+(2n_i-1)\alpha)} - \delta_{n_1,0} \omega_1 \frac{\Gamma(1+\alpha)}{\Gamma(1-\alpha)}. \quad (1.6)$$

Calitățile acestui model ce îl recomand pentru descrierea nivelelor uniparticulă devin evidente din cazul $\omega = \omega_1 = \omega_2 = \omega_3$. Atunci spectrul (1.6), pentru cazul special $\alpha_c = 1/2$, se reduce la cel al unui oscilator armonic tridimensional. Mai mult de atât, considerând $n_1 \neq 1$ se obțin numerele magice ale oscilatorului armonic tridimensional $n_{magic}^1 = 8, 20, 40,$

70,..., iar pentru $n_1 = 0$ se obțin cele corespunzătoare modelului în pături cu o interacție puternică spin-orbită $n_{magic}^2=2, 6, 14, 28, 50, \dots$. Sub această valoare critică a ordinului derivatei fracționare, setul de numere magice $n_1 = 0$ este favorizat, cel de al doilea set fiind gradual inhibat cu creșterea numărului de stări. Mechanismul este invers pentru $\alpha > 1/2$.

În calculele cantitative se vor folosi valorile α pentru protoni și neutroni care au fost determinate ca funcție de numărul acestora în Ref.[9]. Cum aceste dependențe au fost bazate pe simetrie axială, se va investiga răspunsul rezultatelor finale la variații de la aceste valori.

Triaxialitatea nucleelor considerate va fi introdusă prin tratarea cazului general $\omega_1 \neq \omega_2 \neq \omega_3$. Frecvențele pe fiecare axă sunt invers proporționale cu pătratul lungimii acelor semiaxe. Acest lucru va ajuta la potrivirea cu coordonatele de deformare folosite în calculul părții macroscopice. Folosind condiția de conservare a volumului, numărul coordonatelor ce descriu deformarea triaxială se va reduce la 2. Acestea pot fi mai apoi transformate în tradiționalele coordonate de deformare β_2 și γ .

Ne interesează descrierea cu un astfel de model a tranzițiilor de fază din zona $N = 90$, emergența triaxialității în zona $A \sim 130$, precum și dacă este capabil să ofere informații noi despre coexistența de forme din zonele $A \sim 100$ și $A \sim 74$.

[Obiectiv 2] Metoda HFB-c constituie o **procedură nouă** în domeniul descrierii microscopice selfconsistente a proceselor de emisie de clusteri alfa sau fragmente grele.

A. Primul pas este găsirea orbitalilor uniparticulă, care sunt funcții proprii ale Hamiltonianului câmpului nuclear mediu

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}_k^2 + V_{MF,\tau} \right] \phi_{\tau k} = \epsilon_{\tau k} \phi_{\tau k} . \quad (2.7)$$

Procedeul de construcție al potențialului nuclear mediu este cel standard, spre exemplu partea sa directă [17]

$$V_{MF,\tau} = \int d\mathbf{r}' v_{\tau}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho_{\tau}(\mathbf{r}') , \quad \tau = p, n, \quad (2.8)$$

convolutează interacția reziduală nucleon-nucleon $v_{\tau}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ cu densitatea, definită ca o sumă pe orbitalii uniparticulă

$$\rho_{\tau}(\mathbf{r}') \equiv \sum_k |\phi_{\tau k}(\mathbf{r}')|^2 v_{\tau k}^2 , \quad (2.9)$$

unde k denotă numerele cuantice standard (energia, spinul, paritatea), iar amplitudinile de împerechere (pairing) BCS, $v_{\tau k}$, descriu nucleele superfluide situate între numerele magice. În cazul nucleelor aflate deasupra numerelor magice cu structură normală, distribuția superfluidă de tip Fermi devine dreptunghiulară

$$\begin{aligned} v_{\tau k} = \Theta(k - k_F) &= 1 , & k \leq k_F \\ &= 0 , & k > k_F . \end{aligned} \quad (2.10)$$

În vederea creșterii corelațiilor de patru corpuri din zona suprafeței vom utiliza două tipuri de interacții nucleon-nucleon.

(i) O posibilă alegere a interacției care să favorizeze clusterizarea alfa în zona suprafeței este interacția dependentă de densitate, utilizată în descrierea corelațiilor de împerechere

$$v_\tau(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{v_0}{rr'} \exp[-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2/b^2][1 - f(\rho_\tau(R)/\rho_\tau(0))] , \quad R = (r + r')/2 . \quad (2.11)$$

Vom utiliza o distribuție de tip Fermi, care este capabilă să modifice câmpul mediu standard prin mărirea componentelor uniparticulă radiale în zona suprafeței, unde densitatea nucleară scade.

(ii) Altă posibilitate este utilizarea interacției nucleon-nucleon, care are o valoare maximă pe suprafața geometrică $R_0 = 1.2A_D^{1/3}$ (A_D fiind masa nucleului fiică)

$$v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{v_0}{rr'} \exp[-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2/b^2 + (R - R_0)^2/b_{cm}^2] . \quad (2.12)$$

Această interacție, pe care o vom numi *Surface Generalized Interaction* (SGI), este generalizarea binecunoscutei *Surface Delta Interaction* (SDI) [17], utilizată pe larg în calcule de structură nucleară. Metoda HFB-c presupune un procedeu iterativ, care are drept valori inițiale orbitalii uniparticulă generați de un câmp mediu standard de tip Woods-Saxon cu parametrizare universală [14].

B. În pasul al doilea vom estima amplitudinea de formare a particulei alfa la raza de contact

$$R_c = R_0 + R_\alpha = 1.2(A_D^{1/3} + 4^{1/3}) , \quad (2.13)$$

ca fiind suprapunerea dintre funcția de undă a nucleului părinte (*parent*, P) și produsul dintre funcția de undă a nucleului fiică (*daughter*, D) și cea a particulei alfa

$$\gamma_\alpha(R_c) = \langle \Psi_P | \Psi_D \psi_\alpha \rangle . \quad (2.14)$$

Detaliile de calcul se găsesc în referința [14]. Lărgimea de dezintegrare dintre stările fundamentale se calculează prin înmulțirea probabilității de formare γ_α^2 cu penetrabilitatea prin bariera Coulombiană

$$\begin{aligned} \Gamma_\alpha &= \gamma_\alpha^2 P_C, \\ P_C &= \frac{\hbar v_\alpha R_c^2}{G_0^2(R_c)} , \end{aligned} \quad (2.15)$$

unde $G_0(R_c)$ este unda Coulombiană monopolară estimată la raza de contact.

5. Rezultate estimate intermediare/finale și calendarul activităților:

Rezultate intermediare (Decembrie 2022)

Obiectiv 1 În această etapă ne interesează răspunsul modelului propus la variații mici ale ordinul derivatei fracționale, în special dacă sunt salturi sau discontinuități în structura nucleelor ca funcție de această cantitate.

Obiectiv 2 Estimăm ca să putem descrie prin acest procedeu în mod selfconsistent sistematica valorilor experimentale ale lărgimilor de dezintegrare alfa dintre stările fundamentale ale emiterilor din zonele aflate între numerele magice, prin considerarea corelațiilor superfluide de împerechere.

Rezultate finale (Decembrie 2023)

Obiectiv 1 Verificarea abilității modelului de a descrie evoluția deformării în zonele tabelului nuclear cu schimbări dramatice ale acestora. Ca consecință se estimează obținerea de informații noi referitoare la efectul competiției dintre închiderile de pături alternative asupra emergenței triaxialității și coexistenței de forme în nucleele atomice par-pare.

Obiectiv 2 De asemenea, estimăm descrierea valorilor experimentale anomal de mari ale lărgimii de dezintegrare reduse pentru emiteri alfa din zona de deasupra nucleelor magice, în particular evidențierea corelațiilor proton-neutronice deasupra nucleului dublu magic ^{100}Sn [18].

Calendar de activități

Nr.	Data	Activitatea
1	30.07.2022	Coduri de calcul pentru nivelele uniparticulă [Ob.1] și pentru metoda HFB-c [Ob.2]
2	05.12.2022	Coduri de calcul al energiei de deformare [Ob.1] și al lărgimii de dezintegrare alfa [Ob.2]
3	30.06.2023	Investigarea proprietăților globale ale modelului fracțional [Ob.1] și al sistematicii tranzițiilor alfa [Ob.2]
4	04.12.2023	Descrierea evoluției deformării stării fundamentale în zone selectate [Ob.1] și investigarea corelațiilor proton-neutronice pentru zona ^{100}Sn [Ob.2]

6. Articole estimate a fi elaborate:

Estimăm ca livrabile 2 lucrări în reviste de fizică nucleară sau multidisciplinare, cu factor minim de impact 3. De asemenea vom raporta rezultatele la conferințe internaționale de structură nucleară. Nu este exclusă obținerea de rezultate diferite de cele preconizate ce vor fi valorificate corespunzător.

7. Bibliografie

- [1] S. G. Nilsson, Kgl. Danske Videnskab. Selsk. Mat.-Fys. Medd. **29** (16), 68 (1955).
- [2] J. P. Elliott, Proc. R. Soc. London, Ser. A **245**, 128 (1958); **245**, 562 (1958).
- [3] F. Iachello, A. Arima, *The Interacting Boson Model*, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
- [4] K. Miller, B. Ross, *An Introduction to Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*, Wiley, New York, 1993.
- [5] K.B. Oldham, J. Spanier, *The Fractional Calculus*, Dover Publications, Mineola, New York, 2006.
- [6] I. Podlubny, *Fractional Differential equations*, Academic Press, New York, 1999.
- [7] N. Laskin, Phys. Rev. E **66**, 056108 (2002).
- [8] R. Herrmann, *Fractional Calculus: an Introduction for Physicists*, World Scientific, Singapore, 2011.
- [9] R. Herrmann, Physica A **389**, 693 (2010).
- [10] P. Möller, A. J. Sierk, T. Ichikawa, H. Sagawa, At. Data Nucl. Data Tables **109-110**, 1 (2016).
- [11] B. C. Carlson, J. Math. Phys. **2**, 441 (1961).

- [12] V. M. Strutinsky, Nucl. Phys. A **95**, 420 (1967).
- [13] V. M. Strutinsky, Nucl. Phys. A **122**, 1 (1968).
- [14] D. S. Delion *Theory of particle and cluster emission*, Springer-Verlag, Berlin, New-York, 2010.
- [15] D. S. Delion, A. Insolia, R. J. Liotta, Phys. Rev. C **54**, 292 (1996).
- [16] D. S. Delion, R. J. Liotta, Phys. Rev. C **87**, 041302(R) (2013).
- [17] P. Ring, P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- [18] V. V. Baran, D. S. Delion, Phys. Rev. C **94**, 034319 (2016).

8. Suma solicitată

60.000 Lei pe perioada de 20 luni.

B.2. Titlu și rezumat în limba engleză (max 10 rânduri)

DESCRIPTION OF DEFORMATION AND DECAY PROPERTIES OF ATOMIC NUCLEI

The suitability of the Caputo-Riemann-Riemann symmetric rotor as an alternative mean-field model is investigated in the frame of a microscopic-macroscopic approach with an included triaxiality degree of freedom. The final test of the model is envisaged as the description of the deformation properties pertaining to shape transition and coexistence phenomena. The other part of the project aims to properly describe α -decay widths by generalizing the standard HFB method by including clustering. We will first use a density dependent nucleon-nucleon interaction and then the Surface Generalized Interaction, both being able to increase the tail of single-particle orbitals on the nuclear surface. We will investigate superfluid emitters for a systematics of the α -decay widths, paying a special attention to those above magic nuclei, like ^{100}Sn , with abnormally large reduced widths.