

Fișierul V.B

B.1. Propunerea de proiect (max. 10 pagini în limba română)

1. Titlul, cu indicarea domeniului științific din lista de la secțiunea VI

Titlul proiectului de cercetare: Buna-definire, rezultate de existență și caracterizare a soluțiilor pentru anumite probleme variaționale

Domeniului științific: Tehnici inovative de modelare matematică a sistemelor fizice și socio-economice

2. Cuvinte cheie

Probleme variaționale robuste, Analiză convexă, Control optimal, Ecuații cu derivate parțiale, Sisteme fizice

3. Obiective, cu indicarea importanței acestora

Conform [5], majoritatea problemelor de optimizare care apar în practică au mai multe funcții obiectiv care trebuie optimizate simultan. Acest tip de problemă, de interes considerabil, include diverse ramuri ale științelor matematice, ingineria proiectării, teoria jocurilor, sisteme fizice etc. Din cauza complexității tot mai mari a mediului, datele inițiale suferă adesea de inexactitate. De exemplu, în modelarea multor procese din industrie și economie pentru a lua decizii nu este întotdeauna posibil să avem informații complete despre parametri și variabilele implicate. Prin urmare, este necesar un cadru de incertitudine adecvat pentru a formula modelul și trebuie să fie adaptate sau dezvoltate noi metode pentru a oferi soluții optime sau eficiente într-un anumit sens. Pentru a aborda incertitudinea într-o problemă de optimizare, optimizarea robustă și cu valori pe interval reprezintă două ramuri în creștere ale matematicii. De-a lungul timpului, mai mulți cercetători și matematicieni au fost interesați să obțină anumite proceduri de soluționare în analiza pe interval și controlul robust. Pentru a formula condiții necesare și suficiente de optimalitate și teoreme de dualitate pentru diferite tipuri de probleme variaționale robuste și cu valori pe interval, au fost propuse diverse abordări. În acest sens, spre exemplu, menționăm lucrările: [3], [13], [14], [2], [20], [10], [18], [7], [8], [4], [1], [9] și [19]. Actuala propunere de proiect este situată în jurul studiilor unor probleme de optimizare robustă și incertă, și își propune să dezvolte studiul de cercetare în acest domeniu prin formularea și demonstrarea unor rezultate de caracterizare a bunei-definiri și a soluțiilor robuste eficiente în noile clase de probleme variaționale multiobiectiv guvernate de integrală multiplă și/sau integrală curbilinie independentă de drum, și constrângeri mixte robuste. Mai mult, datorită semnificației lor fizice (lucrul mecanic), funcționalele obiectiv de tip integrală curbilinie devin foarte importante în aplicații. Un exemplu concret de aplicație în științe, inginerie sau sisteme fizice, care ar putea beneficia de pe urma acestei cercetări este următorul: în termeni fizici, există un număr de p surse (care produc lucrul mecanic) care trebuie minimizezate într-un set limitat de resurse (adică mulțimea de soluții fezabile) în condiții incerte. Astfel, importanța acestui proiect de cercetare este susținută atât de raționamentul teoretic, cât și de cel practic.

Tema de cercetare, în care este înaintată propunerea de proiect, este unul dintre punctele importante și de actualitate ale comunității relevante de cercetare. Aceasta include metode de optimizare robustă și incertă (via unde Haar și unele extensii ale calculului fracțional la teoria distribuțiilor) și teoria controlului optimal cu aplicații în inginerie, sisteme fizice și socio-economice.

Topicul prezentei propuneri de proiect reprezintă o continuare a studiului de cercetare realizat de directorul de proiect (și colegul de cercetare) în lucrările științifice (articole, cărți, capitole de carte) publicate până în prezent. Prezența incertitudinii, metoda undei Haar (pentru cele mai recente abordări, vezi [6], [11]), controlul robust, unele extensii ale calculului fracționar la teoria distribuțiilor (teoria distribuțiilor [16] este instrumentul matematic care s-a dovedit cu succes în abordarea unor serii de probleme care provin din inginerie și fizică; această teorie ne permite să reprezentăm fenomene continue și discontinue într-o formă unitară cu ajutorul distribuției Dirac), și constrângerile de tip izoperimetric (care implică EDP de ordinul întâi și/sau de ordinul al doilea și integrale multiple și/sau curbilinii independente de drum), în noile clase de probleme variaționale propuse spre studiu în această propunere de proiect, reprezintă principalele provocări pentru directorul de proiect și colegul de cercetare.

Obiectivele generale ale acestei propuneri de proiect sunt următoarele:

a) dezvoltarea unei teorii (un nou cadru matematic) privind problemele variaționale multiobiectiv robuste guvernate de funcționale de tip integrală curbilinie/multiplă și constrângeri mixte care implică ecuații cu derivate parțiale de ordinul întâi și al doilea;

b) evidențierea utilității/eficacității noilor clase de probleme variaționale robuste și evaluate pe interval prin rezolvarea unor probleme concrete din științele aplicate (sisteme fizice și socio-economice) cu ajutorul instrumentelor teoretice dezvoltate;

Activitățile specifice acestui obiectiv se referă la: structurarea informațiilor, rezolvarea (asigurarea unei componente algoritmice și/sau computaționale) unor aplicații relevante în biologie, fizică, economie etc., transpunerea ipotezelor practice în limbajul teoriei controlului optimal, determinarea și interpretarea soluțiilor, ceea ce conduce la obținerea unor studii semnificative în ceea ce privește coerența, consistența și valoarea practică.

c) interacțiunea și, eventual, colaborarea cu medii de cercetare cu preocupări similare; pe termen lung se urmărește crearea unui nucleu de cercetare în domeniul controlului optimal, pentru a evolua și a genera o contribuție semnificativă la domeniul științific specific și a atrage atenția și interesul altor tineri cercetători;

În sprijinul acestui obiectiv, se are în vedere următoarea activitate: participarea și prezentarea rezultatelor științifice la conferințe internaționale specifice domeniului, având ca scop promovarea rezultatelor obținute, stabilirea de relații de colaborare și, eventual, dobândirea de noi perspective legate de proiectul de cercetare.

d) publicarea rezultatelor științifice în reviste relevante în ceea ce privește factorul de impact și scorul relativ de influență;

Activitățile de cercetare individuală și de grup, dezbaterile și elaborarea de studii au ca scop estimativ publicarea a cel puțin 5 articole în reviste internaționale de prestigiu cu factor de impact semnificativ (mai mare de 1.5, zona roșie).

Distingem următoarele *obiective specifice*: (A) buna-definire, condiții de eficiență și rezultate de echivalență asociate cu noile clase de probleme variaționale; (B) introducerea unor probleme variaționale robuste modificate și criteriile de eficiență asociate de tip punct șa; (C) abordarea Lagrange-Hamilton-Jacobi și studiul soluțiilor robuste slabe ascuțite în problemele considerate; (D) eficacitatea și aplicațiile problemelor studiate.

Elementele de originalitate și inovație pe care le-ar aduce în domeniu implementarea proiectului propus (modul în care rezultatele proiectului propus vor avansa cunoștințele în acest domeniu) sunt următoarele: (a) sfera elementelor teoretice, privind problemele variaționale robuste și cu valori pe interval, guvernate de funcționale de cost integrală curbilinie/multiplă și constrângeri mixte care implică ecuații cu derivate parțiale de ordinul întâi și al doilea, este bine definită și extinsă, corelând, la nivelul formulării și rezolvării matematice, probleme și situații practice variate și aparent fără legătură; (b) formularea condițiilor necesare și suficiente de eficiență robustă pentru noile clase de probleme; (c) introducerea de noi clase de probleme de optimizare robustă astfel încât toate punctele Kuhn-Tucker să fie soluții robuste eficiente; (d) formularea de noi rezultate de dualitate și echivalență asociate cu noile clase de probleme de optimizare; (e) stabilirea criteriilor de eficiență a punctului de tip șa în problemele variaționale modificate; (f) studiul proprietății de ascuțime slabă a setului de soluții asociat noilor clase de probleme; (g) investigarea claselor considerate de probleme de optimizare incertă prin metoda undei Haar și unele extensii ale calculului fracționar la teoria distribuțiilor; (h) studiul de cercetare pentru ecuațiile diferențiale pe interval asociate (pentru cele mai recente abordări, vezi [12], [15]) și componenta computațională a problemelor investigate.

Tema proiectului este provocatoare și necesită utilizarea diferitelor metode matematice pentru studiul său. În acest sens, prezența incertitudinii și constrângerile izoperimetrice robuste, care includ derivate parțiale de ordinul întâi și/sau al doilea, generează automat o creștere a complexității metodelor utilizate pentru investigarea soluțiilor robuste eficiente în problemele variaționale considerate. Pe de altă parte, noile clase de probleme variaționale necesită tehnici și instrumente matematice speciale, cum ar fi (a) un nou cadru matematic guvernat de varietăți Riemanniene complete, distanțe geodezice, soluții geodezice eficiente robuste, curbe netede pe porțiuni, 1-forme Lagrange non-autonome, Hamiltonian de control robust (pentru cele mai recente abordări, vezi [17]), dualitate Legendriană modificată, ecuații diferențiale adiacente, sistem diferențial variațional, unde Haar și distribuții; (b) diferențiabilitate de tip Hukuhara și ecuații diferențiale pe interval asociate; (c) o nouă condiție impusă funcționalelor implicate în problemele considerate astfel încât toate punctele Kuhn-Tucker să fie soluții eficiente robuste. În consecință, gradul de dificultate este destul de mare având în vedere că problemele variaționale propuse pentru studiu sunt constrânse atât de condițiile izoperimetrice, cât și de incertitudine în date. De exemplu, diferențiabilitatea de tip Hukuhara, ecuațiile diferențiale pe interval asociate și soluțiile slabe ascuțite ale inegalităților variaționale controlate corespunzătoare sunt elemente de mare dificultate ale problemei. Pe de altă parte, relevanța practică a acestei propuneri este uriașă. În continuare, menționăm avantajele abordărilor de optimizare cu valori pe interval pentru tratarea incertitudinilor. Intervalele și funcțiile/funcționalele pe interval par a fi mijloace convenabile de a descrie rezultatele observațiilor, care rareori dau numere și funcții reale exacte. În plus, multe

decizii trebuie luate pe baza unei game de valori posibile ale diferiților parametri și deseori cineva este interesat de modul în care va funcționa un sistem într-o varietate de condiții. Astfel, introducerea de funcții/funcționale pe interval și analiza corespunzătoare poate duce la modele mai simple care vor da rezultate satisfăcătoare de acuratețe în scopuri practice.

Prin această propunere de proiect (mai precis, prin obiectivele sale specifice și generale) se urmărește crearea unui instrument de lucru solid și validarea acestuia prin exemple complexe din biologie, economie, fizică etc., care să poată pregăti o categorie de cercetători către analize similare, corelate cu alte domenii științifice decât cele la care se referă proiectul actual (de exemplu, sociologie, meteorologie, hidrologie, inginerie aerospațială).

4. Metodologie, cu indicarea gradului de originalitate

Metodele de investigare pentru noile clase de probleme variaționale multiobiectiv robuste se bazează pe utilizarea mai multor tehnici din Calculul variațiilor, Teoria Lagrange-Hamilton-Jacobi, Teoria undelor, Teoria distribuțiilor și controlului optimal, care sunt adecvate în studiul problemelor considerate. De asemenea (vezi Secțiunea 3), obiecte geometric-fizice (cum ar fi: varietăți Riemanniene complete, distanțe geodezice, soluții geodezice eficiente robuste, curbe netede pe porțiuni, 1-forme Lagrange non-autonome, Hamiltonian de control robust, unde Haar, distribuția Dirac, dualitatea Legendriană modificată) vor face parte din instrumentele de cercetare utilizate. Referindu-ne la cele mai recente abordări în domeniu, utilizarea unui cadru predominant geometric-fizic, undele Haar și anumite extensii ale calculului fracționar la teoria distribuțiilor sunt elemente de totală originalitate și inovație a metodelor de investigare propuse pentru tema considerată. Modalitățile prin care vor fi integrate metodele și instrumentele de cercetare propuse sunt următoarele: (a) crearea unui nou cadru matematic adaptat problemelor considerate; (b) introducerea de noi algoritmi și metode de calcul; (c) formularea unui nou concept de diferențiabilitate de tip Hukuhara și a ecuațiilor diferențiale pe interval asociate. Metodologia de cercetare abordată în cadrul propunerii de proiect actuală presupune, pentru început, analiza documentară a literaturii specifice domeniului (folosind toate resursele disponibile în acest scop: Internet, fondul de bibliotecă a Universității Politehnica din București, biblioteci online). Pe baza acestei documentații preliminare se vor formula ipoteze de lucru care vor fi dezvoltate în continuare la nivelul articolelor științifice planificate. Valabilitatea și aplicabilitatea rezultatelor cercetării vor fi stabilite prin dezbaterile ideilor (seminar științific) în cadrul echipei și, respectiv, prin rezolvarea de exemple practice relevante.

Adecvarea structurii echipei de proiect cu obiectivele proiectului este asigurată de următoarele elemente: 1) membrii echipei au avut și au interese științifice în domeniul proiectului de cercetare și domenii conexe; 2) implicarea în proiectul de cercetare a fiecărui membru al echipei este în concordanță cu abilitățile sale specifice.

5. Rezultate estimate intermediare/finale, cu indicarea calendarului de activități

Următorul plan de lucru descrie sarcinile specifice științifice și neștiințifice legate de obiectivele proiectului.

Calendarul activităților:

- mai 2022: începerea proiectului de cercetare

Activități specifice: sesiuni de lucru care vizează stabilirea unui plan de activitate și distribuirea sarcinilor de lucru în echipă (în acest moment se vor stabili unele sarcini generale -nu foarte specifice- pentru fiecare membru al echipei deoarece, în primul rând, trebuie să creăm un nou cadru matematic privind problemele variaționale avute în vedere și, după aceea, fiecare dintre noi își asumă responsabilitatea pentru implementarea a cel puțin unui obiectiv al propunerii de proiect, vezi Secțiunea 3).

- mai 2022 - iulie 2022: documentare, distribuirea sarcinilor specifice pentru fiecare membru al echipei și finalizarea primelor rezultate științifice

Activități specifice: strângerea de materiale științifice relevante pentru tema proiectului; cercetări individuale și întâlniri pentru prezentarea și dezbaterile rezultatelor parțiale obținute de membrii echipei; implicarea în studiu a membrilor echipei în funcție de abilitățile lor specifice; redactarea și trimiterea spre publicare a cel puțin unui articol științific (care să includă, cel mai probabil, condițiile necesare și suficiente de eficiență robustă pentru noile clase de probleme variaționale multiobiectiv robuste) cu referire la cel puțin unul dintre obiectivele stabilite; de interes vor fi reviste cu factor de impact mai mare sau egal cu 1.5, din zona roșie.

- iulie 2022 - decembrie 2022: activitate de cercetare, promovarea rezultatelor obținute

Activități specifice: documentarea, redactarea și finalizarea de noi materiale științifice; prezentarea rezultatelor obținute în cadrul manifestărilor științifice (conferințe, ateliere, sesiuni de proiecte); implicarea membrilor echipei în stagii de cercetare (implicând, desigur, unele colaborări internaționale în domeniul optimizării); trimiterea spre publicare a rezultatelor noi generate de echipa de cercetare (cel puțin un articol științific care include, cel mai probabil, noi clase de probleme de optimizare robustă, astfel încât toate punctele Kuhn-Tucker să fie soluții robuste eficiente).

- decembrie 2022 - martie 2023: pregătirea unui material de sinteză

Activități specifice: prelucrarea datelor obținute și redactarea unui material de sinteză, coerent, consistent și relevant din punct de vedere al conținutului științific; publicarea acestui material și distribuirea acestuia către studenți, doctoranzi, cercetători interesați de subiectul abordat.

- martie 2023 - iunie 2023: organizarea unui workshop și finalizarea unor rezultate științifice

Activități specifice: prezentarea rezultatelor obținute în prima parte a proiectului de cercetare către comunitatea științifică; dezbaterile ideilor prezentate; trimiterea spre publicare a rezultatelor noi generate de echipa de cercetare (cel puțin un articol științific care include, cel mai probabil, noi clase de probleme variaționale robuste modificate și criterii de eficiență de tip punct șa).

- iunie 2023 - august 2023: activitate de cercetare

Activități specifice: documentarea, redactarea și finalizarea de noi materiale științifice (cel puțin un articol științific care ilustrează eficacitatea rezultatelor teoretice obținute anterior).

- august 2023 - decembrie 2023: activitate de cercetare și promovare a noilor rezultate obținute

Activități specifice: documentarea, redactarea și finalizarea de noi materiale științifice; prezentarea rezultatelor obținute în cadrul manifestărilor științifice (conferințe, ateliere, sesiuni de proiecte); implicarea membrilor echipei în stadii de cercetare; trimiterea spre publicare a noilor rezultate generate de echipa de cercetare (un articol științific care include, cel mai probabil, noi rezultate de dualitate și echivalență robustă și studiul proprietății de ascuțime slabă a setului de soluții asociate noilor clase de probleme variaționale).

6. Articole estimate a fi elaborate, cu indicarea factorului de impact minim al revistei unde vor fi publicate

Activitățile de cercetare individuală și de grup, dezbaterile și elaborarea de studii au ca scop estimativ: (a) publicarea a cel puțin 5 articole în reviste internaționale de prestigiu cu factor de impact semnificativ (mai mare de 1.5, zona roșie); (b) redactarea unui material de sinteză, coerent, consistent și relevant din punct de vedere al conținutului științific; (c) organizarea unui workshop pentru prezentarea rezultatelor obținute în prima parte a proiectului de cercetare către comunitatea științifică.

Revistele vizate pentru publicarea rezultatelor obținute sunt următoarele: Journal of Differential Equations; International Journal of Robust and Nonlinear Control; Mathematical Modelling of Natural Phenomena; Journal of Optimization Theory and Applications; Optimization; Nonlinear Analysis-Theory Methods & Applications; Annals of Operations Research; Optimal Control, Applications and Methods.

7. Bibliografie

- [1] T. Antczak, *Optimality conditions and duality results for nonsmooth vector optimization problems with the multiple interval-valued objective function*, Acta Math. Sci., **37**, 4, (2017), 1133-1150.
- [2] V. Barbu, *Necessary conditions for multiple integral problem in the calculus of variations*, Math. Ann., **260**, 2, (1982), 175-189.
- [3] L.D. Berkovitz, *Variational methods in problems of control and programming*, J. Math. Anal. Appl., **3**, 1, (1961), 145-169.
- [4] Y. Chalco-Cano, W.A. Lodwick, A. Rufian-Lizana, *Optimality conditions of type KKT for optimization problem with interval-valued objective function via generalized derivative*, Fuzzy Optim. Decis. Mak., **12**, 3, (2013), 305-322.
- [5] A. Chinchuluun, P.M. Pardalos, *A survey of recent developments in multiobjective optimization*, Ann. Oper. Res., **154**, 1, (2007), 29-50.
- [6] R. Dai, J.E. Cochran Jr, *Wavelet collocation method for optimal control problems*, J. Optim. Theory Appl., **143**, 2, (2009), 265-278.
- [7] M. Hladik, *Optimal value range in interval linear programming*, Fuzzy Optim. Decis. Mak., **8**, 3, (2009), 283-294.

- [8] A. Jayswal, I. Stancu-Minasian, I. Ahmad, *On sufficiency and duality for a class of interval-valued programming problems*, Appl. Math. Comput., **218**, 8, (2011), 4119-4127.
- [9] A. Jayswal, Preeti, *Saddle-point criteria for multi-dimensional control optimization problem involving first-order PDE constraints*, Int. J. Control, **94**, 6, (2021), 1567-1576.
- [10] C. Jiang, X. Han, G.R. Liu, G.P. Liu, *A nonlinear interval number programming method for uncertain optimization problems*, Eur. J. Oper. Res., **188**, 1, (2008), 1-13.
- [11] U. Lepik, H. Hein, *Applying Haar Wavelets in the Optimal Control Theory*. Haar Wavelets. Mathematical Engineering. Springer, Cham, 2014, 123-135.
- [12] V. Lupulescu, *Hukuhara differentiability of interval-valued functions and interval differential equations on time scales*, Inform. Sci., **248**, (2013), 50-67.
- [13] C.B. Jr. Morrey, *Multiple Integrals in the Calculus of Variations*, Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1966.
- [14] L.B. Rall, *Interval Analysis: A New Tool for Applied Mathematics*, MRC Technical Summary Report, 1981, 22-68.
- [15] L. Stefanini, B. Bede, *Generalized Hukuhara differentiability of interval-valued functions and interval differential equations*, Nonlinear Anal. **71**, 3-4, (2009), 1311-1328.
- [16] P.P. Teodorescu, W.W. Kecks, A. Toma, *Distribution Theory with Applications in Engineering and Physics*, Ed. Wiley-VCH Verlag, 2013.
- [17] S. Treanta, *Higher-order Hamilton dynamics and Hamilton-Jacobi divergence PDE*, Comput. Math. Appl., **75**, (2018), 547-560.
- [18] S. Treanta, *Variational Analysis with Applications in Optimisation and Control*, ISBN: 978-1-5275-3728-6, Cambridge Scholars Publishing, 2019.
- [19] S. Treanta, *Robust saddle-point criterion in second-order PDE&PDI constrained control problems*, Int. J. Robust Nonlin. Control, **31**,18, (2021), 9282-9293.
- [20] H.C. Wu, *On interval-valued nonlinear programming problems*, J. Math. Anal. Appl., **338**, 1, (2008), 299-316.

8. Suma solicitată (nu se vor specifica tipurile de cheltuieli)

Suma solicitată în cadrul acestui proiect de cercetare este 60 000 lei.

B.2. Titlu și rezumat în limba engleză (max. 10 rânduri)

The title of the project: Well-posedness, existence and characterization results of solutions for certain variational problems

Abstract: The main objective of this research project is to formulate and prove some characterization results of well-posedness and efficient solutions in certain variational problems

governed by robust multiple or path-independent curvilinear integral objective functionals and isoperimetric, nonlinear equality and/or inequality type constraints, which include first-order and second-order PDEs (dynamical systems with multiple parameter of evolution). We distinguish the following specific objectives: (A) well-posedness, efficiency conditions, and equivalence results associated with the new classes of variational problems; (B) introduce some modified robust variational problems and the associated saddle-point efficiency criteria; (C) investigate the Lagrange-Hamilton-Jacobi approach and study the robust weak sharp solutions in the considered problems; (D) the effectiveness and applications of the problems under study.