

ACADEMIA OAMENILOR DE ȘTIINȚĂ
DIN ROMÂNIA

– Secția de științe fizice –

CS III Dr. Alexandru DUMITRESCU

APROXIMĂRI ȘI ALTE APLICAȚII ALE MATEMATICII ÎN
FIZICĂ ȘI INGINERIE

– UTILIZAREA APROXIMAȚIEI FAZELOR ALEATOARE PENTRU NUCLEE
DEFORMATE ÎN ANALIZA TRANZIȚIILOR β –

– raport intermediar –

Director de proiect
CS I Dr. Doru Sabin DELION

București, 2019

Introducere

Una dintre temele centrale ale fizicii subatomice moderne constă în investigarea proceselor de dezintegrare dublu beta ($\beta\beta$) [1, 2]. Dezintegrarea dublu beta fără emisie de neutrini $0\nu\beta\beta$, ce încă nu a fost observată experimental, este în special importantă pentru explorarea fizicii dincolo de Modelul Standard, în legătură cu proprietățile fundamentale ale neutrinelui. Problema de bază constă în legarea elementelor de matrice nucleare (NMEs), ce intră în calculele multiparticulă, de proprietățile neutrinelui [3]. În prezent, există câteva modele ce descriu dezintegrarea dublu beta în nuclee medii și grele [4, 5, 6, 7].

O problemă majoră este dată de valoarea necunoscută a tăriei cuplajului slab axial-vector g_A ce intră în amplitudinea de dezintegrare $0\nu\beta\beta$ ca g_A^2 , și în timpul de înjumătățire ca g_A^4 . Această problemă este simiară cu cea a folosirii unei sarcini efective pentru a descrie excitațiile electromagnetice din nuclee. Primele studii ale g_A în contextul dezintegrărilor $2\nu\beta\beta$ au fost efectuate în referința [8], folosind aproximația bosonilor în interacție (IBA-2). Acolo au fost obținute valori efective foarte suprimate, de ordinul $g_A \approx 0.5$. Valori similare au fost de asemenea obținute în studii timpurii pe modelul în pături (SM) aplicat pentru tranziții Gamow-Teller (GT) și β , precum în referințele [9] și [10]. Chiar și mai devreme de asta, studii simultane ale dezintegrărilor GT, β și $2\nu\beta\beta$ au fost întreprinse pentru a sonda valoarea efectivă a g_A . Prima investigație a fost consemnată în referința [11], folosind aproximația fazelor aleatoare pentru cuasiparticule proton-neutron cu simetrie sferică (pnQRPA) ce descrie tranziții β și $2\nu\beta\beta$ în regiunea tripletelor izobarice $A = 100, 116$ cu o valoare efectivă g_A . Un studiu similar în tripletele izobarice $A = 100, 116, 128$ a fost făcut în referința [12], situație în care s-au obținut valori efective apropiate ale g_A pentru dezintegrările β [$g_A(\beta)$] și $2\nu\beta\beta$ [$g_A(\beta\beta)$]. Recent, în referința [13] au fost investigate tripletele izobarice $A = 128, 130$ în cadrul modelului boson-fermion-fermion cu interacție (IBFFM-2). O sinteză adusă la zi ce privește diversele sistematice ale tăriei cuplajului axial-vector efectiv este dată în Tabelul 3 al referinței [14].

În mod frecvent, concluziile acestor studii prezintă o dispersie semnificativă a valorilor g_A , în intervalul $g_A \approx 0.25 - 0.82$. În particular, intervalul obținut numai din analiza dezintegrării β este $g_A(\beta) \approx 0.25 - 0.71$. Trebuie menționat că valoarea efectivă extrasă pentru g_A depinde de formalismul multiparticulă adoptat, precum IBA-2, IBFFM-2, pnQRPA, SM etc. (a se vedea referința [14] pentru detalii). Există totodată și alte surse ce afectează valoarea lui g_A , după cum este arătat în referințele [15, 16].

Modelul microscopic uzual pentru calculul dezintegrării $\beta\beta$ este pnQRPA [17]. În general, tehnica folosită este bazată pe un câmp mediu cu simetrie sferică. Însă, multe nuclee ce dezintegrează β sau $\beta\beta$ au un grad dat de deformare, și astfel devine foarte importantă extinderea formalismului spre un câmp mediu deformat. Acesta este punctul de pornire al metodei pn-QRPA deformată (pn-dQRPA). Majoritatea abordărilor timpurii descriu dezintegrările beta de tip GT folosind un fonon pn-dQRPA în sistemul intrinsec de coordonate, anume în termeni de perechi de cuasiparticule Nilsson cuplate la o stare cu proiecția spinului $K = 1$. Observabilele fizice, precum probabilitățile pentru emisia β , sunt apoi estimate prin rotirea fononului intrinsec în sistemul de coordonate al laboratorului [18, 19]. Acest formalism a fost

aplicat pentru a descrie tranziții GT de tip 1^+ și dezintegrări $2\nu\beta\beta$ în câteva articole [20, 21, 22, 23, 24, 25]. Trebuie subliniat că această metodă de proiecție restaurează numai simetria fononului, lăsând în schimb starea fundamentală pn-dQRPA deformată. O abordare mai consistentă constă în folosirea unei baze uniparticulă (sp), cu moment cinetic bun direct în derivarea ecuațiilor pn-dQRPA.

Un procedeu pentru obținerea acestei baze constă în proiectarea momentului cinetic bun din produsul dintre o stare coerentă, ce descrie miezul nuclear deformat, și o stare uniparticulă sferică [26]. Fononul pn-dQRPA, ce descrie tranzițiile GT, este construit folosind perechi de astfel de cuasiparticule ce sunt deformată și cuplate la spin $J = 1$ [27, 28]. Mai târziu, în referința [29], această abordare a fost generalizată prin luarea în considerare a tuturor stărilor uniparticulă sferice permise pentru construirea unei stări deformată. Un caz particular este dat de limita adiabatică, ce nu este altceva decât o funcție de undă Nilsson exprimată în sistemul de coordonate al laboratorului. Prin acest procedeu au fost descrise cu succes datele experimentale disponibile pentru tranziții $B(E2)$ în stări colective pe intervalul $50 \leq Z \leq 100$ în nuclee par-pare, folosind versiunea adiabatică a formalismului [29]. Mai târziu au fost descrise dezintegrările $2\nu\beta\beta$ folosind versiunea proton-neutron a modelului dQRPA (pn-dQRPA) [30].

Cadrul teoretic

Pentru a descrie tranzițiile GT 1^+ din nuclee impar-impare deformată, urmăm pașii descriși în referințele [30, 31].

1) Mai întâi construim o bază uniparticulă deformată cu moment cinetic bun, pornind de la reprezentarea standard uniparticulă Nilsson din sistemul intrinsec, ce este apoi trecută în sistemul de coordonate al laboratorului [29]

$$\begin{aligned} |\tau jm\rangle &= a_{\tau jm}^\dagger(\Omega)|0\rangle \\ &= \sum_{J=\text{even}} \sum_{j_s \geq j} \mathcal{X}_{\tau j}^{Jk_s} [Y_J(\Omega) \otimes |\tau k_s\rangle]_{jm}, \\ |\tau k_s \nu\rangle &= c_{\tau k_s \nu}^\dagger |0\rangle, \quad \tau = p, n, \end{aligned} \quad (1)$$

unde Ω denotă unghiurile Euler ale axei de simetrie intrinseci față de sistemul laboratorului, iar $j \equiv (\epsilon, j^\pi)$ (valoarea proprie a sistemului deformat, spinul total^{paritate}). Operatorii de creare $c_{\tau k_s \nu}^\dagger$ descriu stările proprii ale unui câmp mediu nuclear cu simetrie sferică plus câmp Coulomb protonic având numerele cuantice $k_s \equiv (e, l, j_s)$, (valoare proprie sferică, moment cinetic orbital, spin sferic total), cu ν fiind proiecția z a spinului j_s . Coeficienții de dezvoltare sunt proporționali cu amplitudinile Nilsson standard având $j = K$, unde K este proiecția spinului pe axa intrinsecă de simetrie

$$\mathcal{X}_{\tau j}^{Jk_s} = \sqrt{2} \langle jj; j_s - j | J0 \rangle x_{\tau j}^{k_s}, \quad (2)$$

iar prin produsul bra-ket se înțelege coeficientul Clebsch-Gordan. Amplitudinile $x_{\tau j}^{k_s}$ din ecuația (2) se găsesc printr-o diagonalizare a operatorului de cuadrupol în baza sferică Woods-Saxon. Trebuie menționat că atât amplitudinile X cât și x satisfac relații de ortonormalitate. Observăm totodată că în limita sferică, unde $x_{\tau j}^{k_s} = \delta_{j_s j}$, operatorul (1) este proporțional cu operatorul uniparticulă de creare uzual, până la

un coeficient “statistic”

$$\mathcal{X}_{\tau_j}^{Jk_s} = \sqrt{\frac{2}{2j+1}} \delta_{j_s j}. \quad (3)$$

Acest coeficient exprimă faptul că avem două particule de proiecții intrinseci $K = \pm j$ ce sunt distribuite peste $2j + 1$ proiecții în sistemul de coordonate al laboratorului.

2) Operatorii uniparticulă de tip particulă-gaură (ph) în această reprezentare sunt dați de

$$Q_{\lambda\mu} = \sum_{j_1 j_2} \frac{(\tau_1 j_1 || Q_\lambda || \tau_2 j_2)}{\widehat{\lambda}} \left[a_{\tau_1 j_1}^\dagger \otimes \tilde{a}_{\tau_2 j_2} \right]_{\lambda\mu}, \quad (4)$$

unde am renunțat la incidele unghiurilor Euler Ω pentru simplitate. Elementul de matrice redus din baza deformată (1) se obține prin integrare peste unghiurile Euler

$$\begin{aligned} (\tau_1 j_1 || Q_\lambda || \tau_2 j_2) &= \widehat{j_1} \widehat{j_2} \sum_{Jk_{s1} k_{s2}} \mathcal{X}_{\tau_1 j_1}^{Jk_{s1}} \mathcal{X}_{\tau_2 j_2}^{Jk_{s2}} \\ &\times (-)^{j_{s1} + j_2 + \lambda - J} W(j_1 j_{s1} j_2 j_{s2}; J\lambda) \\ &\times \langle \tau_1 k_{s1} || Q_\lambda || \tau_2 k_{s2} \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

unde $\widehat{j} = \sqrt{2j+1}$ și W este coeficientul Racah. Rezultate similare se obțin și pentru operatorul particulă-particulă (pp). Pentru numărul de particule monopolar și operatorii de împerechere din sistemul laboratorului vom considera componenta cu $J = 0$

$$\begin{aligned} N_{\tau_j} &\approx (x_{\tau_j}^j)^2 \frac{2}{2j+1} \sum_m a_{\tau_j m}^\dagger a_{\tau_j m}, \\ P_{\tau_j}^\dagger &\approx (x_{\tau_j}^j)^2 \frac{2}{2j+1} \sum_m a_{\tau_j m}^\dagger a_{\tau_j -m} (-)^{j-m}. \end{aligned} \quad (6)$$

Interacția folosită conține un termen de împerechere monopolar și un termen proton-proton separabil cu tărie constante atât în canalul ph cât și pp

$$\begin{aligned} H &= \sum_p (\epsilon_p - \lambda^{\text{prot}}) N_p - \frac{G_{\text{pair}}^{\text{prot}}}{4} \sum_{pp'} P_p^\dagger P_{p'} \\ &+ \sum_n (\epsilon_n - \lambda^{\text{neut}}) N_n - \frac{G_{\text{pair}}^{\text{neut}}}{4} \sum_{nn'} P_n^\dagger P_{n'} \\ &+ g_{\text{ph}} \sum_\mu D_{1\mu}^- (D_{1\mu}^-)^\dagger - g_{\text{pp}} \sum_\mu P_{1\mu}^- (P_{1\mu}^-)^\dagger, \end{aligned} \quad (7)$$

unde semnificația notației este $\tau \equiv (\tau, \epsilon j^\pi)$. Aici, potențialul chimic pentru protoni (neutroni) este scris ca λ^{prot} (λ^{neut}). Parametrii de tărie g_{ph} (particulă-gaură) și g_{pp} (particulă-particulă) sunt cei care corespund limitei sferice din referințele [32, 33], și sunt scriși în unități de MeVi.

Operatorii GT sunt

$$\begin{aligned} D_{1\mu}^- &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{pn} (p || \sigma || n) [a_p^\dagger \otimes \tilde{a}_n]_{1\mu}, \\ P_{1\mu}^- &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{pn} (p || \sigma || n) [a_p^\dagger \otimes a_n^\dagger]_{1\mu}, \end{aligned} \quad (8)$$

funcție de operatorul Pauli σ_μ . Elementul de matrice redus în baza deformată (1) este scris funcție de elementul de matrice standard sferic din ecuația (5) cu $\lambda = 1$.

3) Pasul următor implică introducerea reprezentării de cuasiparticule pentru protoni și neutroni:

$$a_{\tau m}^\dagger = u_\tau \alpha_{\tau m}^\dagger + v_\tau \alpha_{\tau -m}(-)^{j_\tau - m}, \quad \tau = p, n, \quad (9)$$

unde u și v sunt amplitudinile BCS pentru vacantare, respectiv ocupare. Acestea sunt folosite pentru a obține operatorii dezintegrării β implicați în Hamiltonianul (7). Ecuațiile BCS au formal structura cazului deformat datorită factorilor “statistici” ce intră în numărul de particule și în operatorii de împerechere (6). Folosind reprezentarea de cuasiparticule, se obțin

$$\begin{aligned} D_{1\mu}^- &= \sum_{pn} \left[\xi_{pn} A_{1\mu}^\dagger(pn) + \bar{\xi}_{pn} A_{1-\mu}(pn)(-)^{1-\mu} \right], \\ P_{1\mu}^- &= \sum_{pn} \left[\eta_{pn} A_{1\mu}^\dagger(pn) - \zeta_{pn} A_{1-\mu}(pn)(-)^{1-\mu} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

unde

$$\begin{aligned} A_{1\mu}^\dagger(pn) &= [\alpha_p^\dagger \otimes \alpha_n^\dagger]_{1\mu} = (-)^{j_p + j_n} A_{1\mu}^\dagger(np), \\ A_{1\mu}(pn) &= \left(A_{1\mu}^\dagger(pn) \right)^\dagger = (-)^{1-\mu} [\tilde{\alpha}_n \otimes \tilde{\alpha}_p]_{1-\mu} \end{aligned} \quad (11)$$

depind de unghiurile Euler Ω , și am definit

$$\begin{aligned} \xi_{pn} &= \frac{(p||\sigma||n)}{\sqrt{3}} u_p v_n = (-)^{j_p - j_n} \bar{\xi}_{np}, \\ \bar{\xi}_{pn} &= \frac{(p||\sigma||n)}{\sqrt{3}} v_p u_n = (-)^{j_p - j_n} \xi_{np}, \\ \eta_{pn} &= \frac{(p||\sigma||n)}{\sqrt{3}} u_p u_n = (-)^{j_p - j_n} \eta_{np}, \\ \zeta_{pn} &= \frac{(p||\sigma||n)}{\sqrt{3}} v_p v_n = (-)^{j_p - j_n} \zeta_{np}. \end{aligned} \quad (12)$$

4) La sfârșit, diagonalizăm interacția proton-neutron în cadrul pn-dQRPA utilizând fononul

$$\Gamma_{1\mu}^\dagger(\omega) = \sum_{pn} \left[X_{pn}^\omega A_{1\mu}^\dagger(pn) - Y_{pn}^\omega (-)^{1-\mu} A_{1-\mu}(pn) \right], \quad (13)$$

exprimat în termeni de operatorul pentru crearea de perechi (11) cu ω drept index pentru valorile proprii. Folosind regula de comutare pentru bosoni

$$\int d\Omega \left[\Gamma_{1\mu}(\omega), \Gamma_{1\mu}^\dagger(\omega') \right] = \delta_{\omega, \omega'}, \quad (14)$$

se obține condiția standard de ortonormare pentru amplitudini

$$\sum_{pn} \left(X_{pn}^\omega X_{pn}^{\omega'} - Y_{pn}^\omega Y_{pn}^{\omega'} \right) = \delta_{\omega, \omega'}. \quad (15)$$

Ecuțiile de mișcare sunt derivate dintr-o procedură de proiecție peste unghiurile Euler, anume

$$\int d\Omega \left[A_{1\mu}, \left[H, \Gamma_{1\mu}^\dagger(\omega) \right] \right] = \omega \int d\Omega \left[A_{1\mu}, \Gamma_{1\mu}^\dagger(\omega) \right], \quad (16)$$

și o relație similară se obține pentru $A_{1-\mu}^\dagger$. Ecuțiile de mișcare pn-dQRPA

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_{pn,p'n'} & \mathcal{B}_{pn,p'n'} \\ -\mathcal{B}_{pn,p'n'} & -\mathcal{A}_{pn,p'n'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{X}_{p'n'}^\omega \\ \mathcal{Y}_{p'n'}^\omega \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} \mathcal{X}_{pn}^\omega \\ \mathcal{Y}_{pn}^\omega \end{pmatrix} \quad (17)$$

sunt formal date de relațiile sferice uzuale

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{pn,p'n'} &= \delta_{pp'} \delta_{nn'} (E_p + E_n) \\ &+ 2g_{ph} (\xi_{pn} \xi_{p'n'} + \bar{\xi}_{pn} \bar{\xi}_{p'n'}) \\ &- 2g_{pp} (\eta_{pn} \eta_{p'n'} + \zeta_{pn} \zeta_{p'n'}), \\ \mathcal{B}_{pn,p'n'} &= 2g_{ph} (\xi_{pn} \bar{\xi}_{p'n'} + \bar{\xi}_{pn} \xi_{p'n'}) \\ &+ 2g_{pp} (\eta_{pn} \zeta_{p'n'} + \zeta_{pn} \eta_{p'n'}), \end{aligned} \quad (18)$$

dar cu spectre de cuasiparticulă deformate E_p , E_n și cu elemente reduse de matrice înmulțite de amplitudini BCS (12). Astfel, în prezenta abordare vidul QRPA este sferic, în contrast cu aproximațiile unde simetria sferică a fononului este restaurată după derivarea ecuațiilor de mișcare, procedură ce lasă vidul propriu-zis deformat.

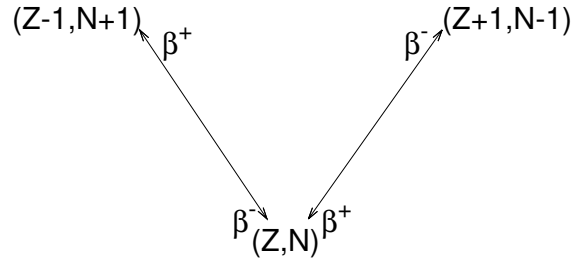


Figura 1: Procese slabe descrise de pn-dQRPA.

Definim elementele matricei dezintegrării β GT după cum urmează [34]:

$$\begin{aligned} \beta_{\omega 0}^- &= \beta_{0\omega}^+ \equiv (\omega || \beta^- || 0) = \sqrt{3} \sum_{pn} (\xi_{pn} X_{pn}^\omega + \bar{\xi}_{pn} Y_{pn}^\omega), \\ \beta_{\omega 0}^+ &= \beta_{0\omega}^- \equiv (\omega || \beta^+ || 0) = \sqrt{3} \sum_{pn} (\bar{\xi}_{pn} X_{pn}^\omega + \xi_{pn} Y_{pn}^\omega). \end{aligned} \quad (19)$$

Aceste tranziții sunt descrise de formalismul pn-dQRPA și sunt reprezentate schematic în figura 1. Găsim valorile proprii ω și amplitudinile X, Y folosind o procedură standard de diagonalizare, dar menționăm că există și expresii analitice pentru amplitudini

$$\begin{pmatrix} X_{pn}^\omega \\ Y_{pn}^\omega \end{pmatrix} = \frac{\xi_{pn}x_1 + \bar{\xi}_{pn}x_2 + \eta_{pn}x_3 + \zeta_{pn}x_4}{E_p + E_n \pm \omega}, \quad (20)$$

unde coeficienții x_k satisfac un sistem omogen 4x4 de ecuații liniare.

Elementul de matrice al tranziției GT duble $2\nu\beta\beta$ se scrie ca [17]

$$M_{\text{GT}} = \sum_{mn} \frac{(0||\beta^-||\omega_m^f)\langle\omega_m^f|\omega_n^i\rangle(\omega_n^i||\beta^-||0)}{D_m}, \quad (21)$$

unde numitorul energiei este dat de

$$D_m = \frac{\frac{1}{2}(\Delta_{\text{exp}} + \tilde{\omega}_m^i + \tilde{\omega}_m^f) + E_{\text{ex}}(1_1^+) + \Delta M_i^{\text{exp}}}{m_e c^2}. \quad (22)$$

Aici, $\tilde{\omega}_m = \omega_m - \omega_1$, Δ_{exp} este diferența de masă nucleară dintre stările inițială și finală, $E_{\text{ex}}(1_1^+)$ este energia experimentală a primei stări 1^+ în nucleul impar-impar intermediar, ΔM_i^{exp} este diferența măsurată a maselor nucleelor intermediar și inițial, iar $m_e c^2$ este masa de repaus a electronului. Suprapunerea dintre stările inițiale 1_n^+ și finale 1_m^+ în (21), $\langle\omega_m^f|\omega_n^i\rangle$, este dată de o relație similară cu cea a ecuației (29) din referința [22], dar folosind amplitudinile pn-dQRPA.

Perspective

În acest raport am expus o scurtă introducere în cercetările moderne de dezintegrare β și am descris pe larg formalismul teoretic pn-dQRPA. În raportul final vom arăta rezultatele analizei numerice a teoriei pe datele experimentale existente. Cuprinsul cercetărilor va fi publicat într-un articol în revista *Physical Review C*, iar o prezentare va fi pregătită pentru conferința națională științifică de toamnă a AOSR.

Bibliografie

- [1] F. T. Avignone III, S. R. Elliott, și J. Engel, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 481 (2008).
- [2] J. Maalampi și J. Suhonen, *Adv. High Energy Phys.* **2013**, 505874 (2013).
- [3] J. Suhonen și O. Civitarese, *Phys. Rep.* **300**, 123 (1998).
- [4] A. Escuderos, A. Faessler, V. Rodin, F. Šimkovic, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **37**, 125108 (2010).
- [5] J. Suhonen și O. Civitarese, *J. Phys. G* **39**, 124005 (2012).
- [6] R. Sahu, P. C. Srivastava, și V. K. B. Kota, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **40**, 095107 (2013).
- [7] J. Engel, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **42**, 034017 (2015).
- [8] J. Barea, J. Kotila, și F. Iachello, *Phys. Rev. C* **87**, 014315 (2013).
- [9] A. Juodagalvis și D. J. Dean, *Phys. Rev. C* **72**, 024306 (2005).
- [10] E. Caurier, F. Nowacki, și A. Poves, *Phys. Lett. B* **711**, 62 (2012).
- [11] A. Faessler, G. L. Fogli, E. Lisi, V. Rodin, A. M. Rotunno, și F. Šimkovic, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **35**, 075104 (2008).
- [12] J. Suhonen și O. Civitarese, *Phys. Lett. B* **725**, 153 (2013).
- [13] N. Yoshida și F. Iachello, *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2013**, 043D01 (2013).
- [14] H. Ejiri, J. Suhonen, și K. Zuber, *Phys. Rep.* **797**, 1 (2019).
- [15] J. Suhonen, *Front. Phys.* **5**, 55 (2017).
- [16] J. Suhonen și J. Kostensalo, *Front. Phys.* **7**, 29 (2019).
- [17] J. Suhonen și O. Civitarese, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **39**, 085105 (2012).
- [18] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, A. Escuderos, și A. C. Carrizo, *Nucl. Phys. A* **635**, 55 (1998).
- [19] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, și A. Escuderos, *Nucl. Phys. A* **658**, 13 (1999); *ibid. A* **691**, 631 (2001).
- [20] H. Honma, E. Bender, M. Hirsch, K. Muto, H. V. Klapdor-Kleingrothaus, and T. Oda, *Phys. Rev. C* **54**, 2972 (1996).

- [21] L. Pacearescu, V. Rodin, F. Šimkovic, și A. Faessler, Phys. Rev. C **68**, 064310 (2003).
- [22] F. Šimkovic, L. Pacearescu, și A. Faessler, Nucl. Phys. A **733**, 321 (2004).
- [23] R. Alvarez-Rodriguez, P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, L. Pacearescu, A. Faessler, și F. Šimkovic, Phys. Rev. C **70**, 064309 (2004).
- [24] P. Sarriguren, Phys. Rev. C **86**, 034335 (2012).
- [25] D. D. Ni și Z. Z. Ren, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **41**, 125102 (2014).
- [26] A. A. Raduta, D. S. Delion, și N. Lo Iudice, Nucl. Phys. A **551**, 93 (1993).
- [27] A. A. Raduta, D. S. Delion, și A. Faessler, Phys. Lett. B **312**, 13 (1993).
- [28] A. A. Raduta, A. Escuderos, A. Faessler, E. Moya de Guerra, și P. Sarriguren, Phys. Rev. C **69**, 064321 (2004).
- [29] D. S. Delion și J. Suhonen, Phys. Rev. C **87**, 024309 (2013).
- [30] D. S. Delion și J. Suhonen, Phys. Rev. C **95**, 034330 (2017).
- [31] D. S. Delion și J. Suhonen, Phys. Rev. C **91**, 054329 (2015).
- [32] O. Civitarese și J. Suhonen, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **20**, 1441 (1994).
- [33] O. Civitarese și J. Suhonen, Nucl. Phys. A **578**, 62 (1994).
- [34] J. Suhonen, *From Nucleons to Nucleus: Concepts of Microscopic Nuclear Theory*, Springer, Berlin, 2007.