Raport intermediar de activitate - 30.07.2019
Prof. Dr. Habil. Mihaela Neamţu

Titlul proiectului: Comportări asimptotice pentru sisteme dinamice în spaţii Banach
Director: Prof. Univ. Dr. Emerit Mihail MEGAN

INTRODUCERE. OBIECTIVE GENERALE.

Obiectivele principale pe care le avem în vedere în cadrul etapei intermediare a acestui proiect pentru anul 2019 sunt:

O.1 Analiza bibliografiei existente privind modelarea matematică a şomajului.

O.2 Conceperea modelelor matematice pentru descrierea somajului.

O.3 Studiul existenţei soluţiilor pozitive, a punctelor de echilibru şi a stabilităţii acestora.

PLANUL DE CERCETARE

ACTIVITĂŢI REALIZATE ÎN ETAPA INTERMDIARĂ

În prima etapă a derulării proiectului, colaborând cu Conf. Dr. Eva Kaslik, am realizat următoarele activităţi:

A.1 Studiul literaturii existente referitoare la descrierea matematică a proceselor economice ce privesc şomajul. Lucrările relevante identificate sunt: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8].

A.2 Conceperea unui model matematic pentru procesul amintit mai sus, utilizând un sistem de ecuaţii diferenţiale cu întarziere distribuită:

$$\begin{cases} \dot{U}(t) = A - [a_1 V(t) + a_2]U(t) + a_3 E(t) - b_1 U(t), \\ \dot{E}(t) = [a_1 V(t) + a_2]U(t) - a_3 E(t) - b_2 E(t), \\ \dot{V}(t) = a_4 \int_0^\infty k(s)U(t-s)ds - b_3 V(t), \end{cases} \tag{1}$$

În acest model, se presupune că numaul şomerilor $U(t)$ creşte continuu cu o rată constantă A. Guvernul şi sectorul privat crează un număr de noi locuri de muncă $V(t)$ care este proporţional cu numărul şomerilor. În plus, se presupune că dacă o persoană este disponibilizată sau îşi părăseşte locul de muncă, ea este transferată din clasa angajaţilor $E(t)$ în clasa şomerilor. Parametri constanţi ce apar în model sunt pozitivi si au semnificaţii caracteristice procesului modelat. Utilizarea întârzierii distributite este mai riguroasă în modelarea fenomenelor în care estimarea întârzierilor care apar este dificilă sau inexactă.

A.3 Determinarea punctului de echilibru pozitiv pentru modelul matematic construit.

Propoziţia 1. *Notând* $\alpha = \frac{a_1 a_4 b_2}{b_3(a_3+b_2)}$, $\beta = \frac{a_2+b_2}{a_3+b_2} + b_1$, *şi cu* U_0 *unica soluţie pozitivă a ecuaţiei*

$$\alpha U^2 + \beta U - A = 0,$$

sistemul (1) *are un unic punct de echilibru pozitiv:*

$$S^+ := (U_0, E_0, V_0) = \left(U_0, \frac{U_0(a_1 a_4 U_0 + a_2 b_3)}{b_3(a_3+b_2)}, \frac{a_4 U_0}{b_3} \right).$$

A.4 Studiul existenţei soluţiilor pozitive în cazul modelului matematic (1). Mai precis, am investigat condiţii suficiente în termeni de parametri sistemului care garantează pozitivitatea soluţiilor pentru condiţii iniţiale pozitive. În acest sens, am demonstrat următoarea teoremă:

Teorema 2. *Notând* $\delta = min(b_1, b_2)$, *mulţimea*

$$\Omega = \{(U, E, V) : 0 \leq U + E \leq \frac{A}{\delta},\ 0 \leq V \leq \frac{a_4 A}{\delta b_3}\},$$

este o regiune de atracţie pentru sistemul (1) *pentru toate soluţiile cu condiţii iniţiale din primul octant al spaţiului* $\mathbb{R}^3$.

- Studiul stabilităţii echilibrului sistemului (1). În cazul în care întârzierea distribuită lipseşte, adică sistemul (1) devine un sistem de ecuaţii diferenţiale ordinare, utilizând criteriul Routh-Hurwitz, am demonstrat că echilibrul S_+ este asimptotic stabil. În plus, utilizând Teorema lui Rouché, am obţinut criterii suficiente, independente de întârzierea distribuită considerată, pentru stabilitatea asimptotică a echilibrului S_+ al sistemului (1).

ACTIVITĂŢI PLANIFICATE PENTRU ETAPELE URMĂTOARE

Având în vedere rezultatele obţinute în această primă etapă, în următoarele etape vom urmări următorii paşi, cu scopul de a îndeplini obiectivele asumate:

- Investigarea bifurcaţiilor de tip Hopf şi a altor tipuri de bifurcaţii ce apar în vecinătatea echilibrelor acestor sisteme.
- Realizarea unor simulări numerice pentru validarea rezultatelor teoretice obţinute.
- Comparaţia rezultatelor obţinute cu rezultate furnizate de modele mai simple, şi investigarea influenţei intârzierilor distribuite în analiza calitativă şi cantitativă a acestor sisteme.
- Interpretarea rezultatelor obţinute din perspectiva fenomenului economic modelat.

BIBLIOGRAFIE

[1] Veronika Novotná. Application of delay differential equations in the model of the relationship between unemployment and inflation. *Trends Economics and Management*, 6(10):77–82, 2013.

[2] A.K. Misra, Arvind K. Singh, and Pushkar Kumar Singh. Modeling the role of skill development to control unemployment. *Differential Equations and Dynamical Systems*, pages 1–13, 2017.

[3] Anibal Galindro and Delfim F.M. Torres. A simple mathematical model for unemployment: a case study in portugal with optimal control. *arXiv preprint arXiv:1801.00058*, 2017.

[4] Surekha B. Munoli, Shankrevva R. Gani, and Shrishail R. Gani. A mathematical approach to employment policies: An optimal control analysis. *International Journal of Statistics and Systems*, 12(3):549–565, 2017.

[5] Liliana Harding and Mihaela Neamţu. A dynamic model of unemployment with migration and delayed policy intervention. *Computational Economics*, 51(3):427–462, 2018.

[6] Uzzwal Kumar Mallick and Md Haider Ali Biswas. Optimal analysis of unemployment model taking policies to control. *Advanced Modeling and Optimization*, 20(1):1–10, 2018.

[7] G.N. Pathan and P.H. Bhathawala. A mathematical model for unemployment control-an analysis with and without delay. *International Journal of Mathematics And Applications*, 55:7, 2018.

[8] Raneah M. Al-Maalwi, H.A. Ashi, and Sarah Al-sheikh. Unemployment model. *Applied Mathematical Sciences*, 12(21):989–1006, 2018.

Data: 24.07.2019

Prof. Dr. Habil. Mihaela Neamţu

Neamtu