

Raport intermediar de activitate - 30.07.2019

Conf. Dr. Habil. Eva Kaslik

Titlul proiectului: Comportări asimptotice pentru sisteme dinamice în spații Banach
Director: Prof. Univ. Dr. Emerit Mihail MEGAN

Mihail

INTRODUCERE. OBIECTIVE GENERALE.

Obiectivele principale pe care le avem în vedere în cadrul etapei intermediare a acestui proiect pentru anul 2019 sunt:

- O.1 Analiza bibliografiei existente privind modelarea matematică a şomajului.
- O.2 Conceperea modelelor matematice pentru descrierea somajului.
- O.3 Studiul existenței soluțiilor pozitive, a punctelor de echilibru și a stabilității acestora.

PLANUL DE CERCETARE

ACTIVITĂȚI REALIZATE ÎN ETAPA INTERMDIARĂ

În prima etapă a derulării proiectului, colaborând cu Prof. Dr. Mihaela Neamțu, am realizat următoarele activități:

- A.1 Studiul literaturii existente referitoare la descrierea matematică a proceselor economice ce privesc şomajul. Lucrările relevante identificate sunt: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8].
- A.2 Conceperea unui model matematic pentru procesul amintit mai sus, utilizând un sistem de ecuații diferențiale cu întârziere distribuită:

$$\begin{cases} \dot{U}(t) = A - [a_1 V(t) + a_2]U(t) + a_3 E(t) - b_1 U(t), \\ \dot{E}(t) = [a_1 V(t) + a_2]U(t) - a_3 E(t) - b_2 E(t), \\ \dot{V}(t) = a_4 \int_0^{\infty} k(s)U(t-s)ds - b_3 V(t), \end{cases} \quad (1)$$

În acest model, se presupune că numărul şomerilor $U(t)$ creşte continuu cu o rată constantă A . Guvernul și sectorul privat crează un număr de noi locuri de muncă $V(t)$ care este proporțional cu numărul şomerilor. În plus, se presupune că dacă o persoană este disponibilizată sau își părăsește locul de muncă, ea este transferată din clasa angajaților $E(t)$ în clasa şomerilor. Parametrii constanți ce apar în model sunt pozitivi și au semnificații caracteristice procesului modelat. Utilizarea întârzierii distribuite este mai riguroasă în modelarea fenomenelor în care estimarea întârzierilor care apar este dificilă sau inexactă.

A.3 Determinarea punctului de echilibru pozitiv pentru modelul matematic construit.

Propoziția 1. Notând $\alpha = \frac{a_1 a_4 b_2}{b_3(a_3 + b_2)}$, $\beta = \frac{a_2 + b_2}{a_3 + b_2} + b_1$, și cu U_0 unica soluție pozitivă a ecuației

$$\alpha U^2 + \beta U - A = 0,$$

sistemul (1) are un unic punct de echilibru pozitiv:

$$S^+ := (U_0, E_0, V_0) = \left(U_0, \frac{U_0(a_1 a_4 U_0 + a_2 b_3)}{b_3(a_3 + b_2)}, \frac{a_4 U_0}{b_3} \right).$$

A.4 Studiul existenței soluțiilor pozitive în cazul modelului matematic (1). Mai precis, am investigat condiții suficiente în termeni de parametri sistemului care garantează pozitivitatea soluțiilor pentru condiții inițiale pozitive. În acest sens, am demonstrat următoarea teoremă:

Teorema 2. Notând $\delta = \min(b_1, b_2)$, mulțimea

$$\Omega = \{(U, E, V) : 0 \leq U + E \leq \frac{A}{\delta}, 0 \leq V \leq \frac{a_4 A}{\delta b_3}\},$$

este o regiune de atracție pentru sistemul (1) pentru toate soluțiile cu condiții inițiale din primul octant al spațiului \mathbb{R}^3 .

- Studiul stabilității echilibrului sistemului (1). În cazul în care întârzierea distribuită lipsește, adică sistemul (1) devine un sistem de ecuații diferențiale ordinare, utilizând criteriul Routh-Hurwitz, am demonstrat că echilibrul S_+ este asimptotic stabil. În plus, utilizând Teorema lui Rouché, am obținut criterii suficiente, independente de întârzierea distribuită considerată, pentru stabilitatea asimptotică a echilibrului S_+ al sistemului (1).

ACTIVITĂȚI PLANIFICATE PENTRU ETAPELE URMĂTOARE

Având în vedere rezultatele obținute în această primă etapă, în următoarele etape vom urmări următorii pași, cu scopul de a îndeplini obiectivele asumate:

- Investigarea bifurcațiilor de tip Hopf și a altor tipuri de bifurcații ce apar în vecinătatea echilibrelor acestor sisteme.
- Realizarea unor simulări numerice pentru validarea rezultatelor teoretice obținute.
- Comparația rezultatelor obținute cu rezultate furnizate de modele mai simple, și investigarea influenței întârzierilor distribuite în analiza calitativă și cantitativă a acestor sisteme.
- Interpretarea rezultatelor obținute din perspectiva fenomenului economic modelat.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Veronika Novotná. Application of delay differential equations in the model of the relationship between unemployment and inflation. *Trends Economics and Management*, 6(10):77–82, 2013.
- [2] A.K. Misra, Arvind K. Singh, and Pushkar Kumar Singh. Modeling the role of skill development to control unemployment. *Differential Equations and Dynamical Systems*, pages 1–13, 2017.
- [3] Anibal Galindro and Delfim F.M. Torres. A simple mathematical model for unemployment: a case study in portugal with optimal control. *arXiv preprint arXiv:1801.00058*, 2017.

- [4] Surekha B. Munoli, Shankrevva R. Gani, and Shrishail R. Gani. A mathematical approach to employment policies: An optimal control analysis. *International Journal of Statistics and Systems*, 12(3):549–565, 2017.
- [5] Liliana Harding and Mihaela Neamțu. A dynamic model of unemployment with migration and delayed policy intervention. *Computational Economics*, 51(3):427–462, 2018.
- [6] Uzzwal Kumar Mallick and Md Haider Ali Biswas. Optimal analysis of unemployment model taking policies to control. *Advanced Modeling and Optimization*, 20(1):1–10, 2018.
- [7] G.N. Pathan and P.H. Bhathawala. A mathematical model for unemployment control-an analysis with and without delay. *International Journal of Mathematics And Applications*, 55:7, 2018.
- [8] Raneah M. Al-Maalwi, H.A. Ashi, and Sarah Al-sheikh. Unemployment model. *Applied Mathematical Sciences*, 12(21):989–1006, 2018.

Data: 24.07.2019

Conf. Dr. Habil. Eva Kaslik

