

ACADEMIA OAMENILOR DE ȘTIINȚĂ
DIN ROMÂNIA

– Secția de științe fizice –

CS III Dr. Alexandru DUMITRESCU

APROXIMĂRI ȘI ALTE APLICAȚII ALE MATEMATICII ÎN
FIZICĂ ȘI INGINERIE

– UTILIZAREA APROXIMAȚIEI FAZELOR ALEATOARE PENTRU NUCLEE
DEFORMATE ÎN ANALIZA TRANZIȚIILOR β –

– raport final –

Director de proiect
CS I Dr. Doru Sabin DELION

București, 2019

Introducere

Una dintre temele centrale ale fizicii subatomice moderne constă în investigarea proceselor de dezintegrare dublu beta ($\beta\beta$) [1, 2]. Dezintegrarea dublu beta fără emisie de neutrini $0\nu\beta\beta$, ce încă nu a fost observată experimental, este în special importantă pentru explorarea fizicii dincolo de Modelul Standard, în legătură cu proprietățile fundamentale ale neutrinelui. Problema de bază constă în legarea elementelor de matrice nucleare (NMEs), ce intră în calculele multiparticulă, de proprietățile neutrinelui [3]. În prezent, există câteva modele ce descriu dezintegrarea dublu beta în nuclee medii și grele [4, 5, 6, 7].

O problemă majoră este dată de valoarea necunoscută a tăriei cuplajului slab axial-vector g_A ce intră în amplitudinea de dezintegrare $0\nu\beta\beta$ ca g_A^2 , și în timpul de înjumătățire ca g_A^4 . Această problemă este simiară cu cea a folosirii unei sarcini efective pentru a descrie excitațiile electromagnetice din nuclee. Primele studii ale g_A în contextul dezintegrărilor $2\nu\beta\beta$ au fost efectuate în referința [8], folosind aproximația bosonilor în interacție (IBA-2). Acolo au fost obținute valori efective foarte suprimate, de ordinul $g_A \approx 0.5$. Valori similare au fost de asemenea obținute în studii timpurii pe modelul în pături (SM) aplicat pentru tranziții Gamow-Teller (GT) și β , precum în referințele [9] și [10]. Chiar și mai devreme de asta, studii simultane ale dezintegrărilor GT, β și $2\nu\beta\beta$ au fost întreprinse pentru a sonda valoarea efectivă a g_A . Prima investigație a fost consemnată în referința [11], folosind aproximația fazelor aleatoare pentru cuasiparticule proton-neutron cu simetrie sferică (pnQRPA) ce descrie tranziții β și $2\nu\beta\beta$ în regiunea tripletelor izobarice $A = 100, 116$ cu o valoare efectivă g_A . Un studiu similar în tripletele izobarice $A = 100, 116, 128$ a fost făcut în referința [12], situație în care s-au obținut valori efective apropiate ale g_A pentru dezintegrările β [$g_A(\beta)$] și $2\nu\beta\beta$ [$g_A(\beta\beta)$]. Recent, în referința [13] au fost investigate tripletele izobarice $A = 128, 130$ în cadrul modelului boson-fermion-fermion cu interacție (IBFFM-2). O sinteză adusă la zi ce privește diversele sistematice ale tăriei cuplajului axial-vector efectiv este dată în Tabelul 3 al referinței [14].

În mod frecvent, concluziile acestor studii prezintă o dispersie semnificativă a valorilor g_A , în intervalul $g_A \approx 0.25 - 0.82$. În particular, intervalul obținut numai din analiza dezintegrării β este $g_A(\beta) \approx 0.25 - 0.71$. Trebuie menționat că valoarea efectivă extrasă pentru g_A depinde de formalismul multiparticulă adoptat, precum IBA-2, IBFFM-2, pnQRPA, SM etc. (a se vedea referința [14] pentru detalii). Există totodată și alte surse ce afectează valoarea lui g_A , după cum este arătat în referințele [15, 16].

Modelul microscopic uzual pentru calculul dezintegrării $\beta\beta$ este pnQRPA [17]. În general, tehnica folosită este bazată pe un câmp mediu cu simetrie sferică. Însă, multe nuclee ce dezintegrează β sau $\beta\beta$ au un grad dat de deformare, și astfel devine foarte importantă extinderea formalismului spre un câmp mediu deformat. Acesta este punctul de pornire al metodei pn-QRPA deformată (pn-dQRPA). Majoritatea abordărilor timpurii descriu dezintegrările beta de tip GT folosind un fonon pn-dQRPA în sistemul intrinsec de coordonate, anume în termeni de perechi de cuasiparticule Nilsson cuplate la o stare cu proiecția spinului $K = 1$. Observabilele fizice, precum probabilitățile pentru emisia β , sunt apoi estimate prin rotirea fononului intrinsec în sistemul de coordonate al laboratorului [18, 19]. Acest formalism a fost

aplicat pentru a descrie tranziții GT de tip 1^+ și dezintegrări $2\nu\beta\beta$ în câteva articole [20, 21, 22, 23, 24, 25]. Trebuie subliniat că această metodă de proiecție restaurează numai simetria fononului, lăsând în schimb starea fundamentală pn-dQRPA deformată. O abordare mai consistentă constă în folosirea unei baze uniparticulă (sp), cu moment cinetic bun direct în derivarea ecuațiilor pn-dQRPA.

Un procedeu pentru obținerea acestei baze constă în proiectarea momentului cinetic bun din produsul dintre o stare coerentă, ce descrie miezul nuclear deformat, și o stare uniparticulă sferică [26]. Fononul pn-dQRPA, ce descrie tranzițiile GT, este construit folosind perechi de astfel de cuasiparticule ce sunt deformate și cuplate la spin $J = 1$ [27, 28]. Mai târziu, în referința [29], această abordare a fost generalizată prin luarea în considerare a tuturor stărilor uniparticulă sferice permise pentru construirea unei stări deformate. Un caz particular este dat de limita adiabatică, ce nu este altceva decât o funcție de undă Nilsson exprimată în sistemul de coordonate al laboratorului. Prin acest procedeu au fost descrise cu succes datele experimentale disponibile pentru tranziții $B(E2)$ în stări colective pe intervalul $50 \leq Z \leq 100$ în nuclee par-pare, folosind versiunea adiabatică a formalismului [29]. Mai târziu au fost descrise dezintegrările $2\nu\beta\beta$ folosind versiunea proton-neutron a modelului dQRPA (pn-dQRPA) [30].

Cadrul teoretic

Pentru a descrie tranzițiile GT 1^+ din nuclee impar-impare deformate, urmăm pașii descriși în referințele [30, 32].

1) Mai întâi construim o bază uniparticulă deformată cu moment cinetic bun, pornind de la reprezentarea standard uniparticulă Nilsson din sistemul intrinsec, ce este apoi trecută în sistemul de coordonate al laboratorului [29]

$$\begin{aligned} |\tau jm\rangle &= a_{\tau jm}^\dagger(\Omega)|0\rangle \\ &= \sum_{J=\text{even}} \sum_{j_s \geq j} \mathcal{X}_{\tau j}^{Jk_s} [Y_J(\Omega) \otimes |\tau k_s\rangle]_{jm}, \\ |\tau k_s \nu\rangle &= c_{\tau k_s \nu}^\dagger |0\rangle, \quad \tau = p, n, \end{aligned} \quad (1)$$

unde Ω denotă unghiurile Euler ale axei de simetrie intrinseci față de sistemul laboratorului, iar $j \equiv (\epsilon, j^\pi)$ (valoarea proprie a sistemului deformat, spinul total^{paritate}). Operatorii de creare $c_{\tau k_s \nu}^\dagger$ descriu stările proprii ale unui câmp mediu nuclear cu simetrie sferică plus câmp Coulomb protonic având numerele cuantice $k_s \equiv (e, l, j_s)$, (valoare proprie sferică, moment cinetic orbital, spin sferic total), cu ν fiind proiecția z a spinului j_s . Coeficienții de dezvoltare sunt proporționali cu amplitudinile Nilsson standard având $j = K$, unde K este proiecția spinului pe axa intrinsecă de simetrie

$$\mathcal{X}_{\tau j}^{Jk_s} = \sqrt{2} \langle jj; j_s - j | J0 \rangle x_{\tau j}^{k_s}, \quad (2)$$

iar prin produsul bra-ket se înțelege coeficientul Clebsch-Gordan. Amplitudinile $x_{\tau j}^{k_s}$ din ecuația (2) se găsesc printr-o diagonalizare a operatorului de cuadrupol în baza sferică Woods-Saxon. Trebuie menționat că atât amplitudinile X cât și x satisfac relații de ortonormalitate. Observăm totodată că în limita sferică, unde $x_{\tau j}^{k_s} = \delta_{j_s j}$, operatorul (1) este proporțional cu operatorul uniparticulă de creare uzual, până la

un coeficient “statistic”

$$\mathcal{X}_{\tau_j}^{Jk_s} = \sqrt{\frac{2}{2j+1}} \delta_{j_s j}. \quad (3)$$

Acest coeficient exprimă faptul că avem două particule de proiecții intrinseci $K = \pm j$ ce sunt distribuite peste $2j + 1$ proiecții în sistemul de coordonate al laboratorului.

2) Operatorii uniparticulă de tip particulă-gaură (ph) în această reprezentare sunt dați de

$$Q_{\lambda\mu} = \sum_{j_1 j_2} \frac{(\tau_1 j_1 || Q_\lambda || \tau_2 j_2)}{\widehat{\lambda}} \left[a_{\tau_1 j_1}^\dagger \otimes \tilde{a}_{\tau_2 j_2} \right]_{\lambda\mu}, \quad (4)$$

unde am renunțat la incidele unghiurilor Euler Ω pentru simplitate. Elementul de matrice redus din baza deformată (1) se obține prin integrare peste unghiurile Euler

$$\begin{aligned} (\tau_1 j_1 || Q_\lambda || \tau_2 j_2) &= \widehat{j_1} \widehat{j_2} \sum_{Jk_{s1} k_{s2}} \mathcal{X}_{\tau_1 j_1}^{Jk_{s1}} \mathcal{X}_{\tau_2 j_2}^{Jk_{s2}} \\ &\times (-)^{j_{s1} + j_2 + \lambda - J} W(j_1 j_{s1} j_2 j_{s2}; J\lambda) \\ &\times \langle \tau_1 k_{s1} || Q_\lambda || \tau_2 k_{s2} \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

unde $\widehat{j} = \sqrt{2j+1}$ și W este coeficientul Racah. Rezultate similare se obțin și pentru operatorul particulă-particulă (pp). Pentru numărul de particule monopolar și operatorii de împerechere din sistemul laboratorului vom considera componenta cu $J = 0$

$$\begin{aligned} N_{\tau_j} &\approx (x_{\tau_j}^j)^2 \frac{2}{2j+1} \sum_m a_{\tau_j m}^\dagger a_{\tau_j m}, \\ P_{\tau_j}^\dagger &\approx (x_{\tau_j}^j)^2 \frac{2}{2j+1} \sum_m a_{\tau_j m}^\dagger a_{\tau_j -m}^\dagger (-)^{j-m}. \end{aligned} \quad (6)$$

Interacția folosită conține un termen de împerechere monopolar și un termen proton-proton separabil cu tărie constante atât în canalul ph cât și pp

$$\begin{aligned} H &= \sum_p (\epsilon_p - \lambda^{\text{prot}}) N_p - \frac{G_{\text{pair}}^{\text{prot}}}{4} \sum_{pp'} P_p^\dagger P_{p'} \\ &+ \sum_n (\epsilon_n - \lambda^{\text{neut}}) N_n - \frac{G_{\text{pair}}^{\text{neut}}}{4} \sum_{nn'} P_n^\dagger P_{n'} \\ &+ g_{\text{ph}} \sum_\mu D_{1\mu}^- (D_{1\mu}^-)^\dagger - g_{\text{pp}} \sum_\mu P_{1\mu}^- (P_{1\mu}^-)^\dagger, \end{aligned} \quad (7)$$

unde semnificația notației este $\tau \equiv (\tau, \epsilon j^\pi)$. Aici, potențialul chimic pentru protoni (neutroni) este scris ca λ^{prot} (λ^{neut}). Parametrii de tărie g_{ph} (particulă-gaură) și g_{pp} (particulă-particulă) sunt cei care corespund limitei sferice din referințele [33, 34], și sunt scriși în unități de MeVi.

Operatorii GT sunt

$$\begin{aligned} D_{1\mu}^- &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{pn} (p || \sigma || n) [a_p^\dagger \otimes \tilde{a}_n]_{1\mu}, \\ P_{1\mu}^- &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{pn} (p || \sigma || n) [a_p^\dagger \otimes a_n^\dagger]_{1\mu}, \end{aligned} \quad (8)$$

funcție de operatorul Pauli σ_μ . Elementul de matrice redus în baza deformată (1) este scris funcție de elementul de matrice standard sferic din ecuația (5) cu $\lambda = 1$.

3) Pasul următor implică introducerea reprezentării de cuasiparticule pentru protoni și neutroni:

$$a_{\tau m}^\dagger = u_\tau \alpha_{\tau m}^\dagger + v_\tau \alpha_{\tau -m} (-)^{j_\tau - m}, \quad \tau = p, n, \quad (9)$$

unde u și v sunt amplitudinile BCS pentru vacantare, respectiv ocupare. Acestea sunt folosite pentru a obține operatorii dezintegrării β implicați în Hamiltonianul (7). Ecuațiile BCS au formal structura cazului deformat datorită factorilor “statistici” ce intră în numărul de particule și în operatorii de împerechere (6). Folosind reprezentarea de cuasiparticule, se obțin

$$\begin{aligned} D_{1\mu}^- &= \sum_{pn} \left[\xi_{pn} A_{1\mu}^\dagger(pn) + \bar{\xi}_{pn} A_{1-\mu}(pn) (-)^{1-\mu} \right], \\ P_{1\mu}^- &= \sum_{pn} \left[\eta_{pn} A_{1\mu}^\dagger(pn) - \zeta_{pn} A_{1-\mu}(pn) (-)^{1-\mu} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

unde

$$\begin{aligned} A_{1\mu}^\dagger(pn) &= [\alpha_p^\dagger \otimes \alpha_n^\dagger]_{1\mu} = (-)^{j_p + j_n} A_{1\mu}^\dagger(np), \\ A_{1\mu}(pn) &= \left(A_{1\mu}^\dagger(pn) \right)^\dagger = (-)^{1-\mu} [\tilde{\alpha}_n \otimes \tilde{\alpha}_p]_{1-\mu} \end{aligned} \quad (11)$$

depind de unghiurile Euler Ω , și am definit

$$\begin{aligned} \xi_{pn} &= \frac{(p||\sigma||n)}{\sqrt{3}} u_p v_n = (-)^{j_p - j_n} \bar{\xi}_{np}, \\ \bar{\xi}_{pn} &= \frac{(p||\sigma||n)}{\sqrt{3}} v_p u_n = (-)^{j_p - j_n} \xi_{np}, \\ \eta_{pn} &= \frac{(p||\sigma||n)}{\sqrt{3}} u_p u_n = (-)^{j_p - j_n} \eta_{np}, \\ \zeta_{pn} &= \frac{(p||\sigma||n)}{\sqrt{3}} v_p v_n = (-)^{j_p - j_n} \zeta_{np}. \end{aligned} \quad (12)$$

4) La sfârșit, diagonalizăm interacția proton-neutron în cadrul pn-dQRPA utilizând fononul

$$\Gamma_{1\mu}^\dagger(\omega) = \sum_{pn} \left[X_{pn}^\omega A_{1\mu}^\dagger(pn) - Y_{pn}^\omega (-)^{1-\mu} A_{1-\mu}(pn) \right], \quad (13)$$

exprimat în termeni de operatorul pentru crearea de perechi (11) cu ω drept index pentru valorile proprii. Folosind regula de comutare pentru bosoni

$$\int d\Omega \left[\Gamma_{1\mu}(\omega), \Gamma_{1\mu}^\dagger(\omega') \right] = \delta_{\omega, \omega'}, \quad (14)$$

se obține condiția standard de ortonormare pentru amplitudini

$$\sum_{pn} \left(X_{pn}^\omega X_{pn}^{\omega'} - Y_{pn}^\omega Y_{pn}^{\omega'} \right) = \delta_{\omega, \omega'}. \quad (15)$$

Ecuțiile de mișcare sunt derivate dintr-o procedură de proiecție peste unghiurile Euler, anume

$$\int d\Omega \left[A_{1\mu}, \left[H, \Gamma_{1\mu}^\dagger(\omega) \right] \right] = \omega \int d\Omega \left[A_{1\mu}, \Gamma_{1\mu}^\dagger(\omega) \right], \quad (16)$$

și o relație similară se obține pentru $A_{1-\mu}^\dagger$. Ecuțiile de mișcare pn-dQRPA

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_{pn,p'n'} & \mathcal{B}_{pn,p'n'} \\ -\mathcal{B}_{pn,p'n'} & -\mathcal{A}_{pn,p'n'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{X}_{p'n'}^\omega \\ \mathcal{Y}_{p'n'}^\omega \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} \mathcal{X}_{pn}^\omega \\ \mathcal{Y}_{pn}^\omega \end{pmatrix} \quad (17)$$

sunt formal date de relațiile sferice uzuale

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{pn,p'n'} &= \delta_{pp'} \delta_{nn'} (E_p + E_n) \\ &+ 2g_{ph} (\xi_{pn} \xi_{p'n'} + \bar{\xi}_{pn} \bar{\xi}_{p'n'}) \\ &- 2g_{pp} (\eta_{pn} \eta_{p'n'} + \zeta_{pn} \zeta_{p'n'}), \\ \mathcal{B}_{pn,p'n'} &= 2g_{ph} (\xi_{pn} \bar{\xi}_{p'n'} + \bar{\xi}_{pn} \xi_{p'n'}) \\ &+ 2g_{pp} (\eta_{pn} \zeta_{p'n'} + \zeta_{pn} \eta_{p'n'}), \end{aligned} \quad (18)$$

dar cu spectre de cuasiparticulă deformate E_p , E_n și cu elemente reduse de matrice înmulțite de amplitudini BCS (12). Astfel, în prezenta abordare vidul QRPA este sferic, în contrast cu aproximațiile unde simetria sferică a fononului este restaurată după derivarea ecuațiilor de mișcare, procedură ce lasă vidul propriu-zis deformat.

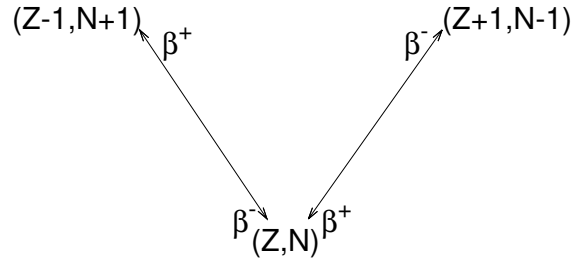


Figura 1: Procese slabe descrise de pn-dQRPA.

Definim elementele matricei dezintegrării β GT după cum urmează [35]:

$$\begin{aligned} \beta_{\omega 0}^- &= \beta_{0\omega}^+ \equiv (\omega || \beta^- || 0) = \sqrt{3} \sum_{pn} (\xi_{pn} X_{pn}^\omega + \bar{\xi}_{pn} Y_{pn}^\omega), \\ \beta_{\omega 0}^+ &= \beta_{0\omega}^- \equiv (\omega || \beta^+ || 0) = \sqrt{3} \sum_{pn} (\bar{\xi}_{pn} X_{pn}^\omega + \xi_{pn} Y_{pn}^\omega). \end{aligned} \quad (19)$$

Aceste tranziții sunt descrise de formalismul pn-dQRPA și sunt reprezentate schematic în figura 1. Găsim valorile proprii ω și amplitudinile X, Y folosind o procedură standard de diagonalizare, dar menționăm că există și expresii analitice pentru amplitudini

$$\begin{pmatrix} X_{pn}^\omega \\ Y_{pn}^\omega \end{pmatrix} = \frac{\xi_{pn}x_1 + \bar{\xi}_{pn}x_2 + \eta_{pn}x_3 + \zeta_{pn}x_4}{E_p + E_n \pm \omega}, \quad (20)$$

unde coeficienții x_k satisfac un sistem omogen 4x4 de ecuații liniare.

Elementul de matrice al tranziției GT duble $2\nu\beta\beta$ se scrie ca [17]

$$M_{\text{GT}} = \sum_{mn} \frac{(0||\beta^-||\omega_m^f)\langle\omega_m^f|\omega_n^i\rangle(\omega_n^i||\beta^-||0)}{D_m}, \quad (21)$$

unde numitorul energiei este dat de

$$D_m = \frac{\frac{1}{2}(\Delta_{\text{exp}} + \tilde{\omega}_m^i + \tilde{\omega}_m^f) + E_{\text{ex}}(1_1^+) + \Delta M_i^{\text{exp}}}{m_e c^2}. \quad (22)$$

Aici, $\tilde{\omega}_m = \omega_m - \omega_1$, Δ_{exp} este diferența de masă nucleară dintre stările inițială și finală, $E_{\text{ex}}(1_1^+)$ este energia experimentală a primei stări 1^+ în nucleul impar-impar intermediar, ΔM_i^{exp} este diferența măsurată a maselor nucleelor intermediar și inițial, iar $m_e c^2$ este masa de repaus a electronului. Suprapunerea dintre stările inițiale 1_n^+ și finale 1_m^+ în (21), $\langle\omega_m^f|\omega_n^i\rangle$, este dată de o relație similară cu cea a ecuației (29) din referința [22], dar folosind amplitudinile pn-dQRPA.

Aplicație

Am analizat date experimentale privitoare la dezintegrări β^- și β^+ /EC din/spre stări fundamentale 0^+ în nuclee par-pare, spre/din stări fundamentale 1^+ în vecini impar-impari [36]. Am folosit ca stări uniparticulă sferice $c_{\tau k_s \nu}^\dagger$ stările proprii ale câmpului mediu Woods-Saxon plus Coulomb cu parametrizarea universală din referința [37]. Stările proprii deformate $a_{\tau j m}^\dagger$, date de ecuația (1), sunt obținute prin diagonalizarea interacției cuadrupol-cuadrupol în limita adiabatică, neglijând astfel forțele Coriolis. Parametrii de deformare cuadrupolară au fost luați din referința [38]. Amplitudinile u_τ și v_τ au fost determinate rezolvând ecuațiile BCS pentru protoni și neutroni cu interacții de monopol ce reproduc experimental pragul de împerechere. Pentru a construi baza pn-dQRPA, mai întâi am ordonat elementele de matrice reduse pn în ordinea descrescătoare a magnitudinii lor și am folosit primele 100 de perechi pn.

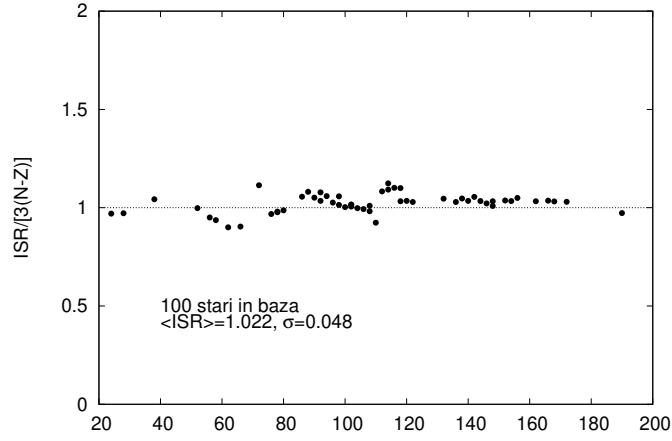


Figura 2: Regula de sumă Ikeda (23) comparată cu $3(N - Z)$ versus numărul de masă A .

Se știe că regula de sumă Ikeda

$$\text{ISR} = \sum_{\omega} \left[(\beta_{\omega 0}^-)^2 - (\beta_{\omega 0}^+)^2 \right] = 3(N - Z), \quad (23)$$

este automat satisfăcută în formalismul pnQRPA sferic [35]. Pentru a verifica acuratețea regulii în cazul de față, am folosit în această relație operatorii de tranziție pentru abordarea deformată (19). În figura 2 este reprezentat raportul $\text{ISR}/[3(N - Z)]$ față de numărul de masă A . Se observă că această regulă este în mod rezonabil satisfăcută cu o valoare medie de 1.022 și o deviație standard mai mică de 5%. Pentru consistență, operatorii β^\pm sunt renormați pentru a satisface exact regula (23).

În figura 3 sunt reprezentate tăriile tranzițiilor ca funcție de numărul de neutroni folosind valorile $\log ft$ definite de [35]

$$g_A \beta_{\text{exp}}^\pm = \sqrt{\frac{6147 (2J_i + 1)}{10^{\log ft}}}, \quad (24)$$

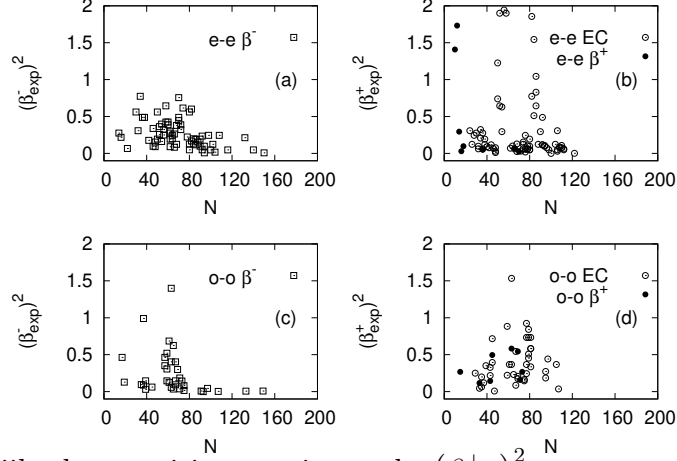


Figura 3: Tăriile de tranziție experimentale $(\beta_{\text{exp}}^{\pm})^2$ versus numărul de neutroni pentru dezintegrări din nuclee par-pare [panourile (a) și (b)], respectiv nuclee impar-impar [panourile (c) și (d)].

unde J_i este spinul nucleului inițial și g_A denotă tăria cuplajului axial-vector efectiv. În figura 3 am considerat o valoare globală $g_A = 1$. În primul rând, luăm notă de caracterul descrescător al tăriilor, proprietate confirmată de calculele noastre. Pe de altă parte, observăm în panourile din dreapta efecte de pături pentru dezintegrări β^+/EC , mai pronunțate pentru tranziții EC din nuclee par-pare aproape de numerele magice $N = 50$ și $N = 82$.

Menționăm un fapt experimental interesant, anume că efecte similare de pături au fost observate pentru lărgimea redusă a dezintegrării α (proporțională cu factorul spectroscopic) în regiuni apropiate de aceste numere magice [39]. Lărgimea redusă a dezintegrării α ce este folosită aici este dată de termenul de monopol definit ca

$$\Gamma = 2P_0\gamma_0^2, \quad (25)$$

în funcție de lărgimea totală de dezintegrare Γ și de penetrabilitatea monopolară prin bariera Coulomb P_0 . Detalii suplimentare pot fi consultate în referința [39], secțiunea 2.5 și ecuația (2.87) conținută acolo.

Comportamentul similar al lărgimilor reduse pentru dezintegrarea α și al probabilităților de tranziție EC [panoul (b) al figurii 3] este prezentat în figura 4, unde am observat corelația liniară evidentă dintre aceste cantități pentru emisia din nuclee par-pare. Lărgimile reduse mari pentru dezintegrarea α din nuclee magice se explică prin creșterea componentei de cluster în regiune. Pentru procese EC, o explicație privind maximele din figura 3 (b) nu este momentan formulată.

Abordarea schematică depinde de doi parametri dipolari ai Hamiltonianului, anume g_{ph} și g_{pp} . Este cunoscut faptul că energia rezonanței gigant Gamow-Teller este foarte sensibilă la parametrul interacției particulă-gaură g_{ph} . Astfel, acest parametru a fost ajustat pentru a satisface regula semi-empirică ce descrie centrul rezonanței Gamow-Teller ca funcție de numerele de sarcină și neutroni [35]

$$\omega_{\text{GT}} = 1.444 \frac{Z + 0.5}{A^{1/3}} - 30 \frac{N - Z - 2}{A} + 5.57. \quad (26)$$

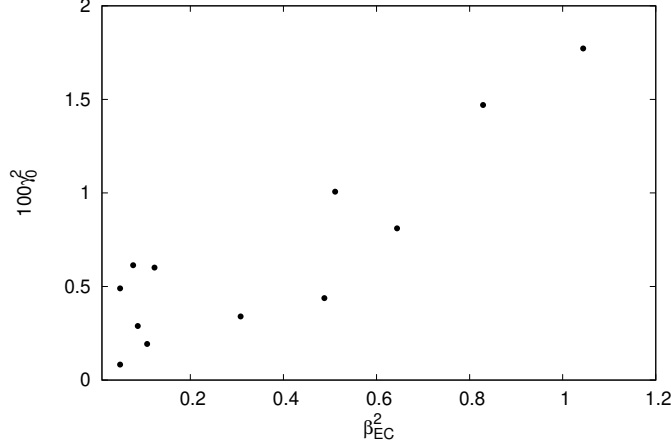


Figura 4: Lărgimea redusă pentru dezintegrarea α definită de ecuația (25) versus probabilitatea de tranziție EC din nuclee par-pare.

Linia de fit ce descrie legea menționată este dată de următoarea relație

$$g_{ph} = 0.00072A + 0.09504, \quad \sigma = 0.047. \quad (27)$$

Trebuie subliniat că g_{ph} are o influență foarte redusă asupra valorilor deduse pentru constanta cuplajului axial-vector efectiv.

Mai mult, poziția celei mai joase excitații pn descrisă în pn-dQRPA este sensibilă la valoarea cuplajului particulă-particulă g_{pp} . În figura 5 sunt expuse valorile critice ale interacției (pentru care prima valoare proprie dispăre) versus numărul de masă. Curba de fit este parametrizată ca

$$g_{pp}(\text{crit}) = 3.3A^{-0.7}, \quad \sigma = 0.080. \quad (28)$$

Acest rezultat este similar cu cel din referința Ref. [20].

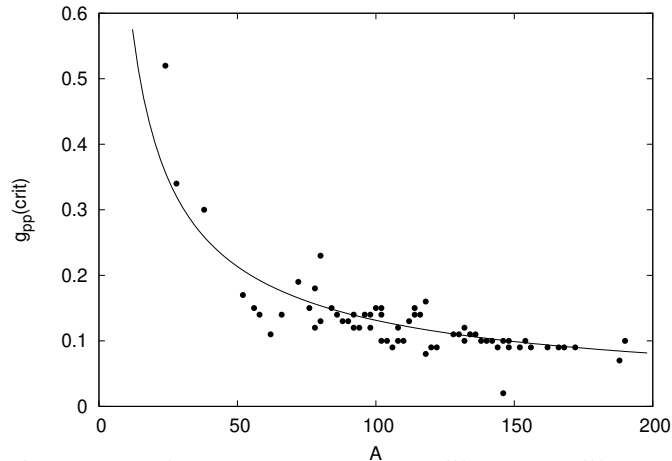


Figura 5: Valorile critice ale interacției particulă-particulă g_{pp} versus numărul de masă. Curba de fit este $g_{pp}(\text{crit}) = 3.3A^{-0.7}$.

Înainte de a compara datele calculate cu ratele experimentale pentru dezintegrarea β , este interesant de studiat structura amplitudinilor de tranziție β^\pm (19)

provenite din calculele pn-dQRPA. În figura 6 sunt prezentate sumele cumulate pentru tranzițiile de tipul β^- [panoul (a)] și β^+ [panoul (b)] ce corespund emisiei din starea fundamentală 0^+ a ^{78}Ge către cea mai joasă stare obținută din diagonalizarea pn-dQRPA. Această sumă cumulată este construită din adunarea perechilor pn în ecuațiile (19) după ordinea crescătoare a energiei perechii de cuasiparticule $E_{qp} = E_p + E_n$. Trebuie menționat că valoarea maximă a amplitudinilor corespunde celei mai joase energii a perechii de cuasiparticule, adică stărilor uniparticulă de proton și neutron aflate cel mai aproape de nivelurile Fermi. Suma apoi descrește cu creșterea energiei perechii de cuasiparticule, saturația fiind atinsă la aproximativ jumătate din valoarea inițială. Explicația acestui comportament este dată de analiza structurii amplitudinilor incluse în ecuația (20): pentru perechea pn aflată la nivelul Fermi (prima pereche pn din sumă) întâia valoare proprie pn-dQRPA satisface condiția $\omega_1 > E_p + E_n$, în timp ce pentru toate celelalte perechi $\omega < E_p + E_n$, ceea ce înseamnă că semnul amplitudinilor X ce corespund acestor perechi este diferit față de cel al primei perechi. Astfel, valoarea finală a amplitudinii de tranziție colective β^\pm este aproximativ jumătate din valoarea maximală β_{Fermi}^\pm , dată de perechea pn de cuasiparticule ce corespund nivelurilor uniparticulă cele mai apropiate de nivelurile Fermi respective. În această analiză am folosit $g_{pp} = 0.3g_{pp}(\text{crit})$.

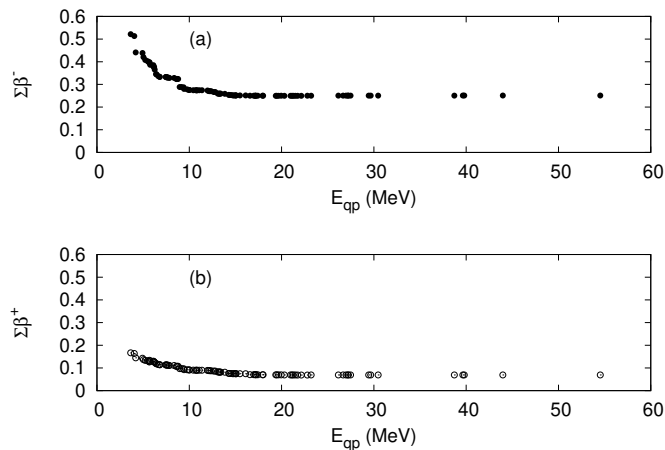


Figura 6: Valorile cumulate ale elementelor de matrice pentru tranziții β^- (a) și β^+ (b) versus energia perechii de cuasiparticule pentru tranziții din starea fundamentală 0^+ a ^{78}Ge . Valoarea $g_{pp} = 0.3g_{pp}(\text{crit})$ a fost folosită în calcule.

Pentru a evidenția importanța valorii g_{pp} asupra rezultatelor prezentate în figura 6, analizăm efectele colectivității reprezentând în figura 7 rapoartele $\beta^\pm/\beta_{\text{Fermi}}^\pm$ ca funcții de g_{pp} pentru tranziții din ^{78}Ge . Aici, ca și înainte, cantitatea β_{Fermi}^\pm se referă la termenul de pereche pn la suprafața Fermi din sumele ecuațiilor (19), în vreme ce β^\pm face referire la suma totală. Când ne apropiem de valoarea critică a g_{pp} , se observă o creștere/descreștere a acestui raport pentru tranzițiile β^- (β^+). Aceste schimbări sunt legate de creșterea în colectivitate a celor mai joase stări proprii pn-dQRPA.

În figura 8 sunt reprezentate rapoartele $\beta^\pm/\beta_{\text{Fermi}}^\pm$ pentru tranziții β^- și β^+ ca funcții de numărul de masă, folosind $g_{pp} = 0.3g_{pp}(\text{crit})$. Colectivitatea amplitudinilor de tranziție crește cu creșterea numărului de masă, fapt relevat de o scădere aproximativ liniară atât pentru dezintegrările β^- cât și β^+ versus numărul de masă

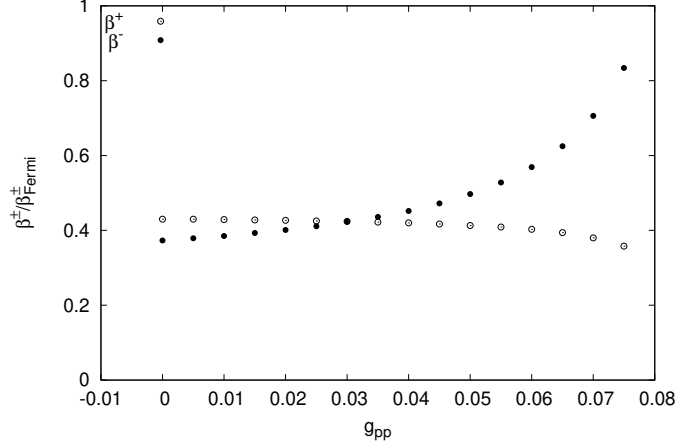


Figura 7: Rapoartele $\beta^-/\beta_{\text{Fermi}}^-$ (cercuri pline) și $\beta^+/\beta_{\text{Fermi}}^+$ (cercuri goale) versus g_{pp} pentru tranziții din starea fundamentală 0^+ a ^{78}Ge .

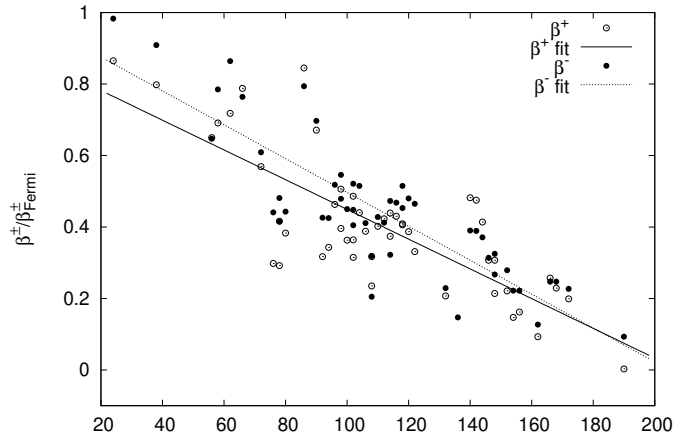


Figura 8: Rapoartele $\beta^-/\beta_{\text{Fermi}}^-$ (cercuri pline) și $\beta^+/\beta_{\text{Fermi}}^+$ (cercuri goale) versus numărul de masă pentru $g_{\text{pp}} = 0.3g_{\text{pp}}(\text{crit})$. Liniile de fit punctată, respectiv continuă, au rolul de a ghida privirea.

A. După cum se poate vedea în figură, perechea pn de la suprafața Fermi are o contribuție de la aproximativ 80% până la aproximativ 10% din structura amplitudinii de tranziție colective. Astfel, se poate concluziona că structura stărilor fundamentale din sisteme impar-impare ușoare este în principal dată de perechea pn ce are cea mai mică energie de cuasiparticulă, ce corespunde orbitalilor protonici și neutronici cei mai apropiați de nivelul Fermi pentru protoni și neutroni.

Mai departe, extragem valoarea cuplajului axial-vector efectiv ce reproduce valorile experimentale ale elementelor de matrice de tranziție (24). În primul rând, subliniem că această valoare este sensibilă la interacția particulă-particulă. Acest lucru este demonstrat în figura 9 unde am reprezentat dependența lui g_A funcție de g_{pp} pentru tranziții β^- (cercuri pline) și β^+ (cercuri goale) în cazul lui ^{78}Ge . Observăm o corelație interesantă a acestor figuri cu dependențele din figura 7, ce definesc colectivitatea amplitudinilor de tranziție corespunzătoare $\beta^\pm/\beta_{\text{Fermi}}^\pm$.

După aceste studii preliminare, am efectuat o analiză sistematică a valorii efec-

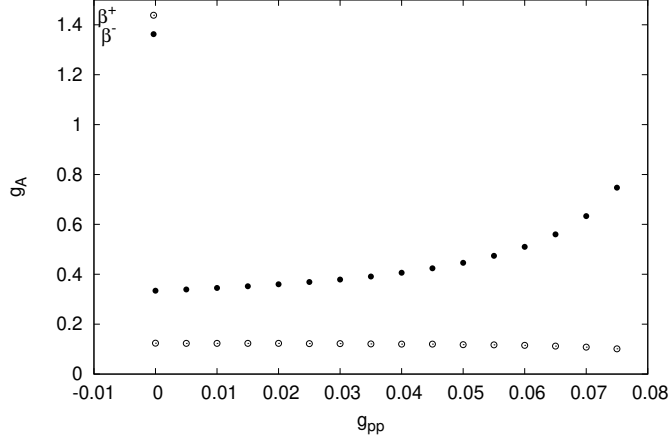


Figura 9: Cuplajul axial-vector efectiv versus interacția particulă–particulă în cazul lui ^{78}Ge pentru tranziții β^- (cercuri pline) și β^+ (cercuri goale). Au fost folosite valorile g_{ph} obținute din ecuația (27).

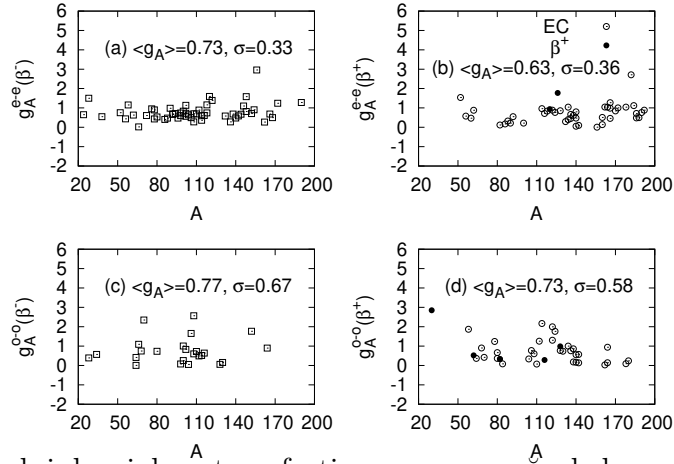


Figura 10: Cuplajul axial-vector efectiv versus numărul de masă A pentru emiteri par-pari [panourile (a) și (b)] și emiteri impar-impari [panourile (c) și (d)] pentru $g_{\text{pp}} = 0.3g_{\text{pp}}(\text{crit})$. Valorile medii alături de abaterile pătratic standard corespunzătoare sunt date în fiecare panou.

tive g_A versus numărul de masă pentru tranziții β^- și β^+/EC din/spre stări fundamentale 0^+ ale nucleelor par-pare spre/din stări fundamentale 1^+ ale vecinilor impar-impari corespunzători. Sunt excluși emiterii apropiați de numere magice, pentru care sunt observate ratele anormale de dezintegrări EC discutate în contextul figurii 3, panourile (b) și (d). Într-o primă abordare considerăm o valoare constantă g_{pp} , iar în cea de-a doua este fixat raportul

$$x_g = \frac{g_{\text{pp}}}{g_{\text{pp}}(\text{crit})}, \quad (29)$$

pentru toate nucleele. Rezultă că prima variantă prezice o creștere semnificativă a valorii efective pentru g_A funcție de numărul de masă, pe când în al doilea caz obținem o dependență cuasiconstantă a lui g_A de numărul de masă, fapt ce conduce

la o valoare medie semnificativă a acestui parametru. Pentru a obține această medie am analizat tranzițiile $\beta^\pm : 0^+ \rightarrow 1^+$ și $\beta^\pm : 1^+ \rightarrow 0^+$ schimbând raportul x_g . În figura 10 este ilustrat un exemplu tipic pentru tranziții din nuclee par-pare [panourile (a) și (b)] respectiv impar-impare [panourile (c) și (d)], pentru $x_g = 0.3$. Se observă că tranzițiile din nuclee par-pare oferă valori ale lui g_A mai puțin împrăștiate ($\sigma \sim 0.3$) decât în cazul impar-impar ($\sigma \sim 0.6$).

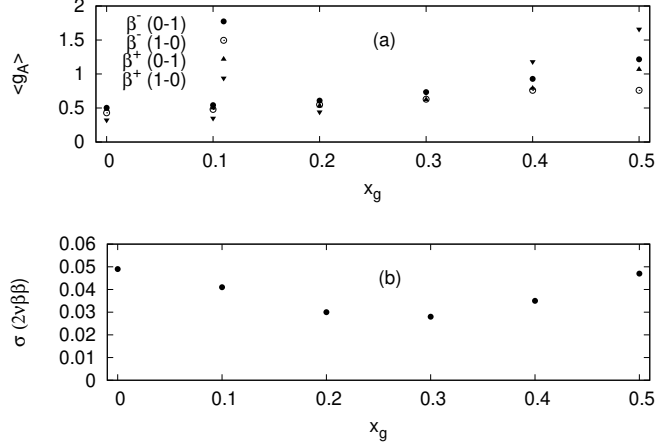


Figura 11: Panoul (a): Valorile medii ale cuplajului efectiv axial-vector pentru cele patru cazuri din figura (10) versus raportul (29). Panoul (b): Abaterea pătratică standard pentru dezintegrări $2\nu\beta\beta$ versus același raport.

Valorile medii ale $\langle g_A \rangle$ versus x_g pentru cazurile (a)-(d) în figura 10 sunt reprezentate în 11, panoul (a) cu simboluri diferite. Această dependență arată o creștere clară a cuplajului axial-vector efectiv mediu de la $\langle g_A \rangle \sim 0.4$ pentru $x_g = 0$ pînă $\langle g_A \rangle \sim 1.5$ pentru $x_g = 0.5$. Pentru a decide care este cea mai bună valoare a raportului x_g , am studiat și datele experimentale disponibile pentru timpii de înjumătățire ai dezintegrărilor, anume datele din referințele [30] și [40]. Calculele arată că raportul mediu dintre predicțiile teoretice și datele experimentale pentru dezintegrări $2\nu\beta\beta$ este aproape de unitate, dar minimumul deviației standard ce descrie aceste tranziții se obține pentru $x_g = 0.3$, după cum se deduce din figura 11, panoul (b). Această abordare produce o valoare medie a cuplajului axial-vector efectiv de $\langle g_A \rangle = 0.68$.

Referințele [15] și [16] oferă o sinteză detaliată a valorilor cuplajului axial-vector efectiv în dezintegrarea β . În particular, Tabelul 1 din referința [15] prezintă valorile g_A calculate în literatură prin diverse abordări. Rezultatele noastre sunt în bună concordanță cu cele listate acolo. Perechi de nuclee ce dezintegrează β în regiunea de masă $A = 100 - 136$ au fost studiate în referința [41] pentru a extrage valori ale cuplajului axial-vector efectiv. Metoda a constat într-un pnQRPA sferic în baze de valență uniparticulă cu energii calculate în potențialul Woods-Saxon. Într-o aproximație rezonabilă, g_A a fost găsit ca o funcție liniară de A cu parametrizări ușor diferite în jurul $A = 121$. Totodată, s-a arătat că o valoare medie $\langle g_A \rangle = 0.6$ oferă valori similare. O analiză statistică de tip Monte Carlo cu lanțuri Markov a fost folosită pe tranziții β în regiunea de masă $A = 62 - 142$, în referința [42]. Valorile corespunzătoare pentru $\log ft$ au fost comparate cu predicțiile teoretice obținute dintr-un pnQRPA sferic cu forțe realiste. Rezultatele sugerează o tăiere a g_A într-o analiză extinsă și au oferit o estimare realistă a incertitudinilor parametrice inerente

modelului nuclear Valorile medii pentru g_A deduse din referința [42] sunt compatibile cu cele din referința [41] și această lucrare.

Menționăm ca valoarea medie a lui g_A calculată aici este aproape dublă față de media calculată în referința [31]. Acolo a fost folosit modelul pnQRPA sferic cu o interacție dipolară schematică conținând termeni de particulă-particulă și particulă-gaură. Acolo au fost analizate dezintegrări β^- și β^+ /EC din nouă triplete izobarice, în vreme ce acest studiu a folosit o bază de date mult mai extinsă pentru a determina $\langle g_A \rangle$.

Concluzii

Am analizat datele experimentale pentru tranziții Gamow-Teller β^- și β^+ /EC între stări fundamentale 0^+ din nuclee par-pare și stări fundamentale 1^+ din vecini impar-impari, analiză combinată cu timpii de de înjumătățire experimentali pentru dezintegrări $2\nu\beta\beta$. Scopul a constat în determinarea cuplajului axial vector-efectiv g_A . Ecuațiile de mișcare pn-QRPA au fost derivate cu ajutorul unei baze uniparticulă cu moment cinetic proiectat, obținută prin diagonalizarea unui câmp mediu deformat plus o interacție reziduală schematică de tip dipolar. Parametrii implicați sunt cuplajele particulă-particulă (pp) și particulă-gaură (ph). S-a observat că amplitudinile de tranziție au un caracter colectiv care crește liniar cu numărul de masă. Acest comportament are o consecință importantă, anume că structura stărilor fundamentale în nuclee ușoare impar-impare este dată în principal de perechea pn ce ocupă stările uniparticulă cele mai apropiate de nivelul Fermi.

Am evidențiat și un fapt experimental important: elementele de matrice ale tranzițiilor EC sunt proporționale cu lărgimile reduse pentru dezintegrarea α în nuclee par-pare. Analiza noastră simultană a dezintegrărilor beta și dublu-beta a condus la o valoare medie efectivă $\langle g_A \rangle \approx 0.7$, cu o abatere pătratică medie $\sigma \sim 0.3$ pentru tranziții în nuclee par-pare și $\sigma \sim 0.6$ în cazul nucleelor impar-impare.

Analiza completă a fost publicată în referința [43] și prezentată în Conferința Științifică de Toamnă a Academiei Oamenilor de Știință din România.

Bibliografie

- [1] F. T. Avignone III, S. R. Elliott, și J. Engel, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 481 (2008).
- [2] J. Maalampi și J. Suhonen, *Adv. High Energy Phys.* **2013**, 505874 (2013).
- [3] J. Suhonen și O. Civitarese, *Phys. Rep.* **300**, 123 (1998).
- [4] A. Escuderos, A. Faessler, V. Rodin, F. Šimkovic, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **37**, 125108 (2010).
- [5] J. Suhonen și O. Civitarese, *J. Phys. G* **39**, 124005 (2012).
- [6] R. Sahu, P. C. Srivastava, și V. K. B. Kota, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **40**, 095107 (2013).
- [7] J. Engel, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **42**, 034017 (2015).
- [8] J. Barea, J. Kotila, și F. Iachello, *Phys. Rev. C* **87**, 014315 (2013).
- [9] A. Juodagalvis și D. J. Dean, *Phys. Rev. C* **72**, 024306 (2005).
- [10] E. Caurier, F. Nowacki, și A. Poves, *Phys. Lett. B* **711**, 62 (2012).
- [11] A. Faessler, G. L. Fogli, E. Lisi, V. Rodin, A. M. Rotunno, și F. Šimkovic, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **35**, 075104 (2008).
- [12] J. Suhonen și O. Civitarese, *Phys. Lett. B* **725**, 153 (2013).
- [13] N. Yoshida și F. Iachello, *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2013**, 043D01 (2013).
- [14] H. Ejiri, J. Suhonen, și K. Zuber, *Phys. Rep.* **797**, 1 (2019).
- [15] J. Suhonen, *Front. Phys.* **5**, 55 (2017).
- [16] J. Suhonen și J. Kostensalo, *Front. Phys.* **7**, 29 (2019).
- [17] J. Suhonen și O. Civitarese, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **39**, 085105 (2012).
- [18] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, A. Escuderos, și A. C. Carrizo, *Nucl. Phys. A* **635**, 55 (1998).
- [19] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, și A. Escuderos, *Nucl. Phys. A* **658**, 13 (1999); *ibid. A* **691**, 631 (2001).
- [20] H. Honma, E. Bender, M. Hirsch, K. Muto, H. V. Klapdor-Kleingrothaus, and T. Oda, *Phys. Rev. C* **54**, 2972 (1996).

- [21] L. Pacearescu, V. Rodin, F. Šimkovic, și A. Faessler, Phys. Rev. C **68**, 064310 (2003).
- [22] F. Šimkovic, L. Pacearescu, și A. Faessler, Nucl. Phys. A **733**, 321 (2004).
- [23] R. Alvarez-Rodriguez, P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, L. Pacearescu, A. Faessler, și F. Šimkovic, Phys. Rev. C **70**, 064309 (2004).
- [24] P. Sarriguren, Phys. Rev. C **86**, 034335 (2012).
- [25] D. D. Ni și Z. Z. Ren, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **41**, 125102 (2014).
- [26] A. A. Raduta, D. S. Delion, și N. Lo Iudice, Nucl. Phys. A **551**, 93 (1993).
- [27] A. A. Raduta, D. S. Delion, și A. Faessler, Phys. Lett. B **312**, 13 (1993).
- [28] A. A. Raduta, A. Escuderos, A. Faessler, E. Moya de Guerra, și P. Sarriguren, Phys. Rev. C **69**, 064321 (2004).
- [29] D. S. Delion și J. Suhonen, Phys. Rev. C **87**, 024309 (2013).
- [30] D. S. Delion și J. Suhonen, Phys. Rev. C **95**, 034330 (2017).
- [31] D. S. Delion și J. Suhonen, Eur. Phys. Lett. **107**, 52001 (2014).
- [32] D. S. Delion și J. Suhonen, Phys. Rev. C **91**, 054329 (2015).
- [33] O. Civitarese și J. Suhonen, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **20**, 1441 (1994).
- [34] O. Civitarese și J. Suhonen, Nucl. Phys. A **578**, 62 (1994).
- [35] J. Suhonen, *From Nucleons to Nucleus: Concepts of Microscopic Nuclear Theory*, Springer, Berlin, 2007.
- [36] P. Singh, L. J. Rodriguez, S. S. M. Wong, și J. K. Tuli, Nucl. Data Sheets **84**, 487 (1998).
- [37] J. Dudek, W. Nazarewicz, și T. Werner, Nucl. Phys. A **341**, 253 (1980).
- [38] P. Möller și J. R. Nix, Nucl. Phys. A **272**, 502 (1995).
- [39] D. S. Delion, *Theory of particle and cluster emission*, Springer, Berlin, 2010.
- [40] A. S. Barabash, AIP Conf. Proc. **1572**, 11 (2013).
- [41] P. Pirinen și J. Suhonen, Phys. Rev. C **91**, 054309 (2015).
- [42] F. F. Deppisch și J. Suhonen, Phys. Rev. C **94**, 055501 (2016).
- [43] D.S. Delion, A. Dumitrescu și J. Suhonen, Phys. Rev. C **100**, 024331.