Academia Oamenilor de Ştiinţă din România
Academy of Romanian Scientists
Add: Splaiul Independenţei nr. 54 sector 5, 050094, Bucureşti, ROMANIA, Cod Fiscal: 5091859
Tel. 00-4021/314.74.91; Fax. 00-4021/314.75.39, Web-site: www.aos.ro , E-mail: aosromania@yahoo.com

METODOLOGIA BAZATĂ PE LOGICA FUZZY

Autor:

S.l. dr. ing. Daniela **TUDOSE** – Universitatea Politehnica Bucureşti – Departamentul Rezistența Materialelor

Profesor coordonator:
Prof. univ. dr. ing. Miron **ZAPCIU** – Academia Oamenilor de Știinţă din România

LOGICA FUZZY

1.1 Introducere

Logica bazată pe analiza valorilor a trei componente (*three-valued logic*) (adevărat, fals și nedeterminat) a intrat in atenția cercetătorilor Jan Lukasiewicz și Alfred Tarski în anii 1920-1930. Cercetările lor au cunoscut o revigorare în anii 1950-1960 datorită lui **Lotfali Askar Zadeh** [1] (profesor la Universitatea din California, Berkeley) care a introdus termenul de logică fuzzy pentru a explica teoria logicii cu un număr infinit de valori (*infinitely-many valued logics*) [2].

Conceptul de set fuzzy are în vedere o clasa de obiecte cu un continuum de grad de membru astfel încât funcția de apartenență să atribuie fiecărui obiect un grad de apartenență având rangul cuprins între 0 și 1. Incluziunea, reuniunea, intersecția, complementul și convexitatea sunt extinse la întregul set iar varietatea proprietăților acestor noțiuni sunt stabilite în contextul setului fuzzy [1].

1.2 Conceptul de logică fuzzy

Realizarea unei metode flexibile de rezolvare a problemelor de incertitudine s-a realizat prin dezvoltarea sistemelor fuzzy, care au la bază logica fuzzy, fiind un caz particular al sistemelor expert [3].

Logica fuzzy operând cu elementele $A = \{x / x \in [0,1]\}$ atribuie obiectului un grad de apartenență la mulțime. Robustețea logicii fuzzy este evidențiată de controlul simultan de date numerice şi cunoştinţe lexicale (variabile lingvistice) prin interpretarea termenilor cantitativi în termeni calitativi [4].

Variabila lingvistică este o proprietate iar ca structură cuprinde [5]:

1. **Valoarea lingvistică** *u* este un adverb, adjectiv asociat variabilei lingvistice, care dă numele mulţimii fuzzy asociate*;*
2. **Domeniul de reprezentare *U*** este o mulţime clasică, pe care se definesc mulţimile fuzzy. Mulțimea ***U*** se mai numește: *domeniu de reprezentare, univers de discurs* sau *mulțime referențial.*
3. **Funcţia de apartenenţă** μ_F asociază fiecărui element *u* gradul de apartenenţă la mulţimea fuzzy *F;*
4. **Gradul de apartenenţă** μ reprezintă măsura în care un element aparţine unei mulţimi fuzzy;

Pentru a înțelege teoria logicii fuzzy și a setului fuzzy este necesară prezentarea elementelor pe care aceasta se bazează [6], [7], [8].

Fie *U* o mulțime de obiecte notată generic {u}, care poate fi discretă sau continuă. *U* se numește domeniu de reprezentare (univers de discurs) iar *u* reprezintă elementele generice ale lui *U*.

Denifiția 1. *Set fuzzy*: Un set fuzzy *F* inclus în domeniul de reprezentare *U* este caracterizat de funcția de apartenență μ_F care ia valori în intervalul [0, 1], adică $\mu_F : U \rightarrow [0,1]$.

Un set fuzzy poate fi interpretat ca o generalizare a conceptului de set comun unde funcția de apartenență poate lua doar două valori $\{0, 1\}$. De asemenea setul fuzzy *F* inclus în domeniul de reprezentare *U*, poate fi reprezentat printr-un set de perechi ordonate ale elementului generic *u* și arată gradul de apartenență al funcției.

$$F = \{(u, u_F(u)) \mid u \in U\} \tag{1.1}$$

Observație: Definiția propune înlocuirea enumerării mulțimii cu definirea mulțimii prin gradul de apartenență la această mulțime [9].

Pentru perechea ordonată $(u, u_F(u))$ se mai utilizează notația $\mu(u)/u$ [10].

Dacă *U* este *continuă*, setul fuzzy *F* poate fi scris ca:

$$F = \int_U \mu_F(u)/u \tag{1.2}$$

Dacă *U* este *discretă*, setul fuzzy poate fi reprezentat ca:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \mu_F(u)/u \tag{1.3}$$

Prin $\int_U$ și $\sum_{i=1}^{n}$ nu s-a notat *integrala* și *suma*, ci ele reprezentă relația de corespondență dintre valorile fuzzy și valorile exacte (crisp) ale domeniului de reprezentare (univers de discurs) [11].

Denifiția 2. *Suport, Punct de legătură* (crossover point) și *Fuzzy singleton* (cu un element). *Suportul* unui set fuzzy *F* este setul clar al mulțimii obiectelor $u \subset U$ astfel încât $\mu_F(u) > 0$. Dacă $u \subset U$ există următoarele cazuri particulare:

a) $\mu_F = 0{,}5$ - *punct de legătură*;

$\mu_F = 1$ - fuzzy singleton (un singur element) – este setul fuzzy pentru care suportul are un singur punct (element);

1.3 Caracterizarea submulțimilor fuzzy

Caracterizarea submulțimilor fuzzy ale lui U *se realizează cu următoarele mărimi* [12], [13], [14]:

a) **Suportul** unei funcții de apartenență pentru un set fuzzy U este definit ca acea regiune a domeniului de reprezentare care este caracterizată de un membru diferit de zero la setul U. Suportul mulțimii U notat $Supp(U)$ este tăietura strictă de nivel 0 a mulțimii U :

$$Supp(U) = \{u \in U \mid \mu_A(u) > 0\} \tag{1.01}$$

b) Se numește **tăietura de prag α** mulțimea valorilor clare:

$$[\mu]_\alpha = \{u \in U \mid \mu_A(u) \geq \alpha\} \tag{1.02}$$

Dacă inegalitatea este strictă se spune că $\alpha - taietura$ este de tip tare și va fi notată $[\mu]_{+\alpha}$.

c) **Nucleul** unei funcții de apartenență pentru un set fuzzy U este definit ca acea regiune a domeniului de reprezentare care se caracterizează prin aderarea totală la setul U.
Nucleul mulțimii U este notat $Ker(U)$ și cuprinde elementele care satisfac relația:

$$Ker(U) = \{u \in U \mid \mu_A(u) = 1\} \quad (1.03)$$

d) **Înălțimea** mulțimii U notată $h(U)$ reprezintă cea mai mare valoare luată de funcția sa de apartenență:

$$h(U) = \sup\{\mu_A(u) \mid u \in U\} \quad (1.04)$$

e) **Frontiera** (Limita) unei funcții de apartenență pentru un set fuzzy U este definită ca acea regiune a domeniului de reprezentare care se caracterizează printr-un membru diferit de zero dar care nu aderă în totalitate la setul U. **Frontiera** mulțimii U notată $Fr(U)$ este mulțimea valorilor clare (crisp) a elementelor ce au grad de apartenență intermediar, cu un anumit grad de neclaritate, între 0 și 1:

$$Fr(U) = \{u \in U \mid \mu_A(u) \in (0,1)\} \quad (1.05)$$

1.4 Funcții de apartenență și numere fuzzy

Un **număr fuzzy** A este o submulţime fuzzy a mulţimii numerelor reale, care satisface condițiile: să fie o funcţie de apartenenţă **convexă şi continuă** cu suport mărginit [15].

Un număr fuzzy A se numește **număr fuzzy triunghiular** cu centrul c, lățimea la stânga $\alpha > 0$, lățimea la dreapta $\beta > 0$, dacă **funcția de apartenență** are forma:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{c-x}{\alpha}, c-\alpha \le x \le c \\ 1 - \dfrac{x-c}{\beta}, c < x \le c+\beta \\ 0, altfel \end{cases} \quad (1.06)$$

sau utilizând funcțiile $\min$ și $\max$:

$$\mu_A(x,c,\alpha,\beta) = \max\left(\min\left(\frac{c-\alpha+x}{\alpha}, \frac{c+\beta-x}{\beta}\right), 0\right) \quad (1.07)$$

Semnificația acestei mulțimi fuzzy cu centrul c este ” x este aproximativ egal cu c”.

Un număr fuzzy A se numește **număr fuzzy trapezoidal** cu intervalul de toleranță $[c,d]$, lățimea la stânga $\alpha > 0$, lățimea la dreapta $\beta > 0$, dacă are următoarea **funcție de apartenență**:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{c-x}{\alpha}, c-\alpha \le x \le c \\ 1, c < x \le d \\ 1 - \dfrac{x-d}{\beta}, d < x \le d+\beta \\ 0, altfel \end{cases} \quad (1.08)$$

sau utilizând funcțiile $\min$ și $\max$:

$$\mu_A(x,c,d,\alpha,\beta) = \max\left(\min\left(\frac{c-\alpha+x}{\alpha},1,\frac{d+\beta-x}{\beta}\right),0\right) \tag{1.09}$$

Semnificația acestei mulțimi fuzzy cu intervalul de toleranță $[c,d]$ este ” x este aproximativ între c și d ”.

Funcţiile triunghiulare/trapezoidale sunt generate pe baza funcţiilor liniare pe porţiuni [16].

Funcția de apartenență gaussiană: se definește prin intermediul a doi parametri $\{c,\sigma\}$ astfel:

$$\mu_A(x,c,\sigma) = e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2} \tag{1.10}$$

Parametrul c se numește centrul funcției de apartenență, iar σ determină lărgimea funcției de apartenență.

Funcția de apartenență de tip bell (clopot) astfel:

$$\mu_A(x,\sigma,b,c) = \frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{\sigma}\right|^{2\cdot b}} \tag{1.11}$$

unde c - centrul funcției de apartenență, σ - lărgimea funcției de apartenență, b - panta trecerii de la 0 la 1.

Funcția de apartenență de tip sigmoidală: se definește prin intermediul a doi parametrii reali $\{a,b\}$ astfel:

$$\mu_A(x,a,b) = \begin{cases} 0, x < a \\ 2\cdot\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^2, a \le x \le \frac{a+b}{2} \\ 1-2\cdot\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^2, \frac{a+b}{2} \le x \le b \\ 1, x > b \end{cases} \tag{1.12}$$

Funcția de apartenență de tip sigmoidal poate fi deschisă la stânga sau la dreapta.

Funcţiile sigmoidale/clopot (bell) sunt generate fie pe baza funcţiilor sigmoidale, fie pe baza funcţiilor polinomiale (pătratice sau cubice) [16].

Funcția de apartenență de tip singleton (un singur element) se definește astfel:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, x = a \\ 0, in\_rest \end{cases} \tag{1.13}$$

1.5 Componentele structurii informaționale de bază fuzzy logic

I. Blocul de fuzzificare reprezintă blocul de intrare a informației, cu rol de transformare a acestora sub forma variabilelor lingvistice, a termenilor lingvistici și a funcțiilor de apartenență dintr-o valoare numerică.

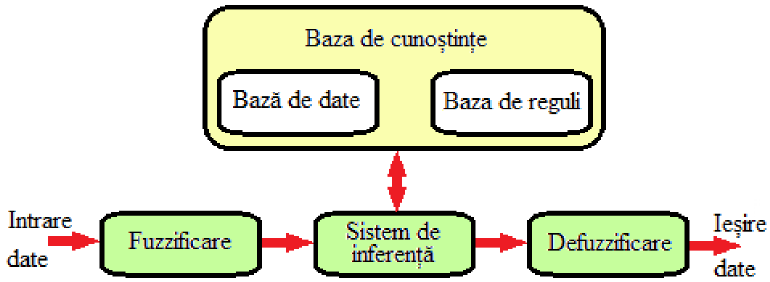

Figura 1. 1 Diagrama bloc a unui controler fuzzy logic

Sursa: [17]

Aceste informații fuzzy sunt comparate cu premisele regulilor de tipul *”if (dacă) ...then (atunci) ...”* cuprinse în baza de reguli și utilizate de mecanismul de inferență pentru activarea și aplicarea acestora [18].

II. Blocul baza de reguli conține setul de reguli de tipul *”if (dacă) ...then (atunci) ...”* stabilite de expert prin corelarea logică a mulțimilor fuzzy asociate variabilelor de intrare și ieșire. Baza de reguli realizează corespondența cu logica fuzzy a descrierii lingvistice. Numărul de reguli ale unei baze de reguli complete este dată de relația [18]:

$$n_{reguli} = \prod_{i=1}^{n} n_i \tag{1.14}$$

unde:

- n_i - numărul termenilor lingvistici definiți pentru fiecare variabilă lingvistică de intrare;
- n - numărul de variabile lingvistice de intrare;

III. Mecanismul de inferență sunt strategii de control sau tehnici de căutare, care traversează baza de cunoștinte pentru a trage concluzii [19], altfel spus operația logică care face legătura între o premisă și o concluzie se numește inferență logică [18]. Procesul de inferență manipulează simboluri prin selecția de reguli, potrivind simbolurile cu faptele și apoi stabilind fapte noi. Cele mai cunoscute metode de inferență sunt:

a) înlănțuirea înapoi - este un **proces** condus de un **scop** în ordinea în care apare în baza de cunoștințe;
b) înlănțuirea înainte – este un **proces** condus de **date**. Utilizatorul sistemului trebuie să dea datele disponibile înainte de începerea inferenței. Mecanismul de inferență încearcă să stabilească faptele așa cum apar în baza de date până când ultimul scop este atins.

IV. Blocul de defuzzificare asigură faptul că rezultatul obținut din blocul de decizie, o valoare fuzzy, este convertit într-o valoare fizică reală ce se va transmite procesului/elementului de execuție.

Se poate face analogia: codificare (fuzzyficare) – decodificare (defuzzyficare).

Deoarece modelele obținute nu sunt întotdeauna precise este nevoie de asigurarea robusteței astfel încât să se păstreze anumite proprietăți în cazul apariției unor variații între sistemul real și modelul utilizat. Robusteţea, proprietate opusă senzitivităţii, depinde de proprietăţile normei triunghiulare (t-normă sau t-conormă) alese, o normă care are proprietatea de absorbţie (min-max) fiind mai robustă decât o normă care nu are această proprietate (prod-sum).

1.6 Metode de inferență

1.6.1 Metoda Mamdani

Această metodă folosește operatorul ***min*** pentru **implicație** și operatorul ***min-max*** pentru **compunere** [20], [21].

Regula de inferență, R_i , este:

„dacă u este A_i și v este B_i atunci w este C_i" pentru $(\forall)u \in U, v \in V, w \in W; i = \overline{1,n}$.

Deci $R_i = (A_i, B_i) \to C_i$ este definită de $\mu_{R_i} = \mu_{(A_i B_i) \to C_i}(u,v,w)$.

Dacă fiecare set de date de intrare este definit de o singură funcție de apartenență $u = u_0, v = v_0$ obținem:

$$\mu_{C_i^{'}}(w) = [\mu_{A_i}(u_0), \mu_{B_i}(v_0)] \to \mu_{C_i}(w) \tag{1.15}$$

Operatorul ***min*** pentru **implicație** este definit prin relațiile:

$$\mu_{C_i^{'}}(w) = \alpha_i \wedge \mu_{C_i}(w) \text{ unde } \alpha_i = \mu_{A_i}(u_0) \wedge \mu_{B_i}(v_0)$$

$$\mu_{C^{'}}(w) = \mathop{\vee}_{i=1}^{n} [\alpha_i \wedge \mu_{C_i}(w)] = \mathop{\vee}_{i=1}^{n} \mu_{C_i^{'}}(w) \tag{1.16}$$

$$C^{'} = \mathop{U}_{i=1}^{n} C_i^{'}$$

Operatorul ***min-max*** pentru **compunere** este definit prin relațiile:

$$\begin{aligned} &\mu_{C_i^{'}}(w) = \min\{\mu_{A^{'}}(u) \circ \min_u \{\mu_A(u), \mu_C(w)\}, \mu_{B^{'}}(v)] \circ \min_v \{\mu_B(v), \mu_C(w)\}\} \\ &\Rightarrow \mu_{C_i^{'}}(w) = \alpha \wedge \mu_C(w) \end{aligned} \tag{1.17}$$

1.6.2 Metoda Takagi-Sugeno-Kang

Această metodă a fost propusă de Takagi, Sugeno și Kang (TSK). O regulă fuzzy în acest model are forma:

IF u is A and v is B THEN $w = f(u,v)$

unde A și B sunt mulțimi fuzzy iar $f(u,v)$ este o funcție strictă (crisp). Deoarece $f(u,v)$ este un polinom de variabile u și v această metodă necesită intrări impuls (singleton) [21].

În acest caz nu este necesară definirea de termeni lingvistici pentru ieșirea sistemului, iar funcția $f(u,v)$ este, de cele mai multe ori, o funcție neliniară. În cazul sistemelor liniare, funcția $f(u,v)$ este o combinație liniară a intrărilor sistemului fuzzy [22].

Fie cele două reguli ale R-bazei cu forma:

R_1 : IF u is A_1 and v is B_1 THEN $w_1 = f_1(u,v) = p_1 \cdot u + q_1 \cdot v + r_1$

R_2 : IF u is A_2 and v is B_2 THEN $w_2 = f_2(u,v) = p_2 \cdot u + q_2 \cdot v + r_2$

unde: p_i, q_i, r_i sunt constante.

Valoarea obținută în urma aplicării regulii R_i pentru intrarea impuls (singleton) u_0, v_0 este obținută valoarea numerică $f_i(u_0, v_0)$ cu gradul de potrivire α_i. Rezultatul agregării acestor ieșiri este dat de media ponderată:

$$w_0 = \frac{\alpha_1 \cdot f_1(u_0, y_0) + \alpha_2 \cdot f_2(u_0, y_0)}{\alpha_1 + \alpha_2} = \frac{\alpha_1 \cdot w_1 + \alpha_2 \cdot w_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \tag{1.18}$$

1.7 Metode de defuzzyficare

Obţinerea unei valori stricte (crisp) dintr-o mulţime fuzzy, ca valoare reprezentativă, se realizează prin conversia fuzzy-crisp de către modulul de defuzzyficare. Acțiunea de control fuzzy *Y* dedusă din sistemul de control fuzzy este transformată într-o acțiune de control strictă:

$$y_0 = defuzzyfier(Y) \tag{1.19}$$

unde y_0 este rezultatul controlului nonfuzzy iar *defuzzyfier* este operatorul de defuzzyficare [6], [23].

1.7.1 Defuzzyficare de tip Mamdani

Metodele de defuzzyficare de tip Mamdani cele mai utilizate sunt [6], [18], [24]:

1. *Centrul ariei (centroid of area – COA)*

Metoda de defuzzyficare returnează o ieșire prin calcularea centrului de simetrie al zonei delimitate prin agregarea consecințelor setului fuzzy astfel:

$$y_{COA} = \frac{\int_y y \cdot \mu_Y(y) \cdot dy}{\int_Y \mu_Y(y) \cdot dy} \quad \text{- continuu} \tag{1.20}$$

$$y_{COA} = \frac{\sum_{i=1}^{N} y \cdot \mu_Y(y) \cdot dy}{\sum_{i=1}^{N} \mu_Y(y) \cdot dy} \quad \text{- discret} \tag{1.21}$$

2. *Bisectoarea ariei (bisector of area – BOA)*

Această operație poate fi exprimată astfel:

$$\int_{\alpha}^{y_{BOA}} \mu_Y(y) \cdot dy = \int_{y_{BOA}}^{\beta} \mu_Y(y) \cdot dy \tag{1.22}$$

unde $\alpha = \min\{u | u \in U\}, \beta = \max\{u | u \in U\}$.

COA și BOA se utilizează în aplicații de control, deoarece nu se produc salturi în suprafața de control [18].

3. *Cel mai mic maxim în valoare absolută (smallest of maximum – SOM)*

Această metodă generează o ieșire strictă prin luarea celei mai mici valori care să ofere gradul maxim de apartenență setului fuzzy agregat.

$$y_{SOM} = \min\{y | \mu_Y(y) = \max(\mu_Y(y))\} \tag{1.23}$$

4. *Cel mai mare maxim în valoare absolută (largest of maximum - LOM)*

Această metodă generează o ieșire strictă prin luarea celei mai mari valori care să ofere gradul maxim de apartenență setului fuzzy agregat.

$$y_{LOM} = \max\{y | \mu_Y(y) = \max(\mu_Y(y))\} \quad (1.24)$$

5. *Media maximelor (mean of maximum – MOM)*

În acestă defuzzyficare, media maximă este luată ca o ieșire clară.

$$y_{MOM} = \frac{y_{SOM} + y_{LOM}}{2} \quad (1.25)$$

MOM, LOM, SOM se utilizează în aplicații de decizie deoarece se pot produce salturi în suprafața de control.

1.7.2 Defuzzyficare de tip Takagi-Sugeno-Kang

Metoda permite reducerea numărului de relații liniare și interconectarea lor. Este foarte important reducerea numărului de relații liniare în cazurile multidimensionale. Algoritmul de identificare al implicației este divizat în trei secvențe [25]:

1) Alegerea variabilelor de bază;
2) Identificarea parametrilor de bază;
3) Identificarea consecințelor parametrilor;

În cazul sistemelor fuzzy cu mecanism de inferență TSK, compoziția regulilor se obține cu ajutorul unei funcții, în loc de defuzzyficare deci nu conțin defuzzyficator [22].

a) *weighted average WA*

Această metodă de defuzzyficare generează rezultatul final pentru o ieșire FIS Sugeno prin metoda ponderării centrelor de greutate ale suprafețelor individuale.

$$y_{WA} = \frac{\sum_{i=1}^{M} w_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{M} w_i} \quad (1.26)$$

b) *weighted sum WS*

Pentru a reduce calculul WA, metoda WS are nevoie ca regulă doar de suma ieșirilor ponderate.

$$y_{WS} = \sum_{i=1}^{M} w_i \cdot y_i \quad (1.27)$$

BIBLIOGRAFIE

[1] *Lotfali Askar Zadeh*, Fuzzy sets*, Information and Control, Vol. 8, Issue 3, June 1965, pp.338-353, http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001999586590241X?via%3Dihub

[2] *Francis Jeffry Peletier*, Metamathematics of Fuzzy Logic, The Bulletin of Symbolic Logic, Vol. 6, No.3, Sep. 2000, pp. 342-346, http://www.sfu.ca/~jeffpell/papers/ReviewHajek.pdf;

[3] *** https://ro.wikipedia.org/wiki/Logic%C4%83_fuzzy

[4] *** http://www.mpt.upt.ro/doc/curs/gp/Sisteme_inteligente_in_electrotehnica/Sisteme_Fuzzy_cap2.pdf

[5] *Laura-Nicoleta Ivanciu*, Sisteme inteligente de suport decizional, 2014, http://www.bel.utcluj.ro/dce/didactic/sln/02_MultimiFuzzy.pdf

[6] *Chennakesava R. Alavala*, Fuzzy logic and neural networks. Basic concepts & applications, New Age International Publishers, 2008, http://www.academia.edu/1435724/Fuzzy_Logic_and_Neural_Networks_by_Chennakesava_R._Alavala

[7] *Sorin Georgescu*, Sisteme fuzzy. Fuzzy ARTMAP, Revista Informatică Economică, Nr.4, 1997, http://revistaie.ase.ro/content/4/5.pdf

[8] *Chuen Chien Lee*, Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller – Part I, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics (Volume: 20, Issue: 2, Mar/Apr 1990), http://ieeexplore.ieee.org/document/52551/

[9] *Răzvan Andone*, *Angel Cațaron*, Inteligență computațională, Universitatea "Transilvania" Brasov, 2002, http://vega.unitbv.ro/~cataron/Publications/curs_rn.pdf

[10] *Andreea-Mihaela Roman*, Contribuții la modelarea sistemelor de conducere automată utilizând algoritmii neuro-fuzzy, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică de Construcții București, 2014, http://instal.utcb.ro/Documente_Website/teze/Teza_Andreea_Iftene.pdf

[11] *Qiu Jie*, Scheduling flexible manufacturing systems using fuzzy heuristics, Teză de doctorat, The University of Hong Kong, 2003, http://hdl.handle.net/10722/35271, http://hub.hku.hk/handle/10722/35271, http://www.researchgate.net/publication/29843232_Scheduling_flexible_manufacturing_systems_using_fuzzy_heuristics

[12] *Florin Leon*, Inteligența artificială, http://florinleon.byethost24.com/curs_ia.htm

[13] *Daniela Popescu*, Tehnici de inteligenta artificiala. Curs și aplicații. http://elth.ucv.ro/student1/Cursuri/Popescu%20Daniela/Tehnici%20de%20inteligenta%20artificiala/Tehnici%20de%20inteligenta%20artificiala.pdf

[14] *Timothy J. Ross*, Fuzzy Logic with Engineering Applications, Second Edition, John Wiley & Sons, Ltd ISBNs: 0-470-86074-X (HB); 0-470-86075-8 (PB), https://www.researchgate.net/publication/309967685_Fuzzy_Logic_with_Engineering_Applications_John_Wiley_Sons_Ltd_The_Atrium_Southern_Gate_Chichester_West_Sussex_PO19_8SQ

[15] *** http://www.ai.pub.ro/resources/files/RNSF/RNSF_curs8n.pdf

[16] *** https://www.scribd.com/presentation/98961045/Logica-Fuzzy

[17] *Ramin Shamshiri, Wan Ishak Wan Ismail*, Design and Simulation of Control Systems for a Field Survey Mobile Robot Platform, Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology 6(13): 2307-2315, 2013, ISSN: 2040-7459; e-ISSN: 2040-7467, https://www.researchgate.net/publication/259932485_Design_and_Simulation_of_Control_Systems_for_a_Field_Survey_Mobile_Robot_Platform

[18] *Stelian-Emilian Oltean*, Control inteligent și adaptiv, http://docshare04.docshare.tips/files/30508/305082796.pdf

[19] *C.S. Krishnamoorthy, S. Rajeev*, Artificial Intelligence and Expert Systems for Engineers, CRC Press, CRC Press LLC, ISBN: 0849391253, 1996, https://doc.lagout.org/science/0_Computer%20Science/8_Electronics%20%26%20Robotics/Artificial%20Intelligence%20and%20Expert%20Systems%20for%20Engineers.pdf

[20] *Mihaela Colhon*, Elemente de logică fuzzy, Craiova, 2012, http://inf.ucv.ro/~ghindeanu/lab/sicc/carteb5.pdf

[21] *Chi-Yuan Yeh*, Fuzzy Inference, http://itlab.ee.nsysu.edu.tw/ch/chap/99a_AI/Fuzzy_ch9.ppt.

[22] *** https://myslide.es/documents/what-is-fuzzy.html

[23] *Ion Iancu*, A Mamdani Type Fuzzy Logic Controller, http://cdn.intechopen.com/pdfs/34221.pdf

[24] *Yang Wang, Yanyan Chen*, A Comparison of Mamdani and Sugeno Fuzzy Inference Systems for Traffic Flow Prediction, Journal of Computers, Vol. 9, No. 1, January 2014, http://ojs.academypublisher.com/index.php/jcp/article/view/jcp09011221

[25] *Tomohiro Takagi, Michio Sugeno*, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics (Volume: SMC-15, Issue: 1, Jan.-Feb.

1985), https://www.scss.tcd.ie/khurshid.ahmad/Teaching/Lectures_on_Fuzzy_Logic/Takagi%20Sugeno%20Modelling.pdf

[26] *Włodzisław Duch, Rafał Adamczak, Krzysztof Grabczewski*, A new methodology of extraction, optimization and application of crisp and fuzzy logical rules, IEEE Transactions on neural networks, Vol. 11, no. 2, 2000, http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=624FE672C4F4DBCF77A1622F4E755CCA?doi=10.1.1.212.6305&rep=rep1&type=pdf

[27] *** https://www.mathworks.com/help/fuzzy/anfis.html

[28] Daniel-Petru GHENCEA, *Modelare-simulare și predicția datelor experimentale specifice sistemelor de fabricație utilizând tehnici hibride bazate pe inteligență artificială*, Teză de doctorat, Universitatea politehnică București, Facultatea Ingineria și Managementul Sistemelor Tehnologice, aprilie 2018