

ACADEMIA OAMENILOR DE ȘTIINȚĂ  
DIN ROMÂNIA

– Secția de științe fizice –

CS III Dr. Alexandru DUMITRESCU

---

**PROBLEMA INVERSĂ ÎN DEZINTEGRAREA  $\alpha$ : STĂRI  
CUASIMOLECULARE ȘI ALTE APLICAȚII**

---

– Aproximări și alte aplicații ale matematicii în fizică și inginerie –

– raport intermediar –

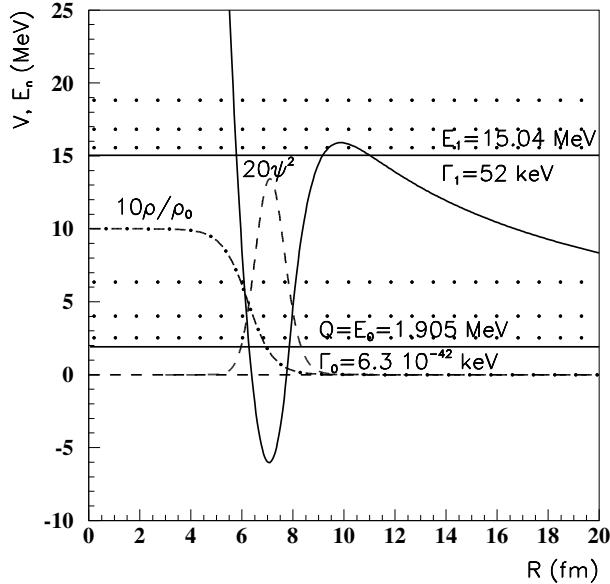
Director de proiect  
CS I Dr. Doru Sabin DELION

București, 2018

În cadrul acestui raport intermediar este prezentată o aplicație a teoriei expuse anterior, anume determinarea unei benzi rotaționale cuasimoleculare prin metoda inversării.

## Aplicație

Am început prin analiza rezonanțelor din potențialul de interacție dintre nucleul ferică și particula  $\alpha$ . În figura 1 am reprezentat un spectru tipic de rezonațe pentru tranziția  $^{144}Nd \rightarrow ^{140}Ce + \alpha$ . Acest sistem a fost studiat în detaliu în referința [1].



**Figura 1:** Stările vibraționale rezonante (linii continue) și benzi rotaționale construite pe acestea (linii punctate) în potențialul molecular  $\alpha - ^{140}Ce$ . Linia continuă inferioară corespunde energiei de reacție a procesului. Reprezentate sunt și raportul  $\rho(R)/\rho_0$  amplificat cu un factor 10 și densitatea de probabilitate de localizare a particulei  $\alpha$  amplificată cu un factor 20, totul versus rază.

Prima rezonanță fără noduri are valoarea proprie  $E_0$  ce corespunde energiei de reacție a procesului, și este reprezentată cu o linie continuă. Evident, lărgimea de dezintegrare experimentală între stări fundamentale este bine reprodusă.

Succesiunea inferioară de linii solide și punctate reprezintă stări proprii ale nucleului părinte cu  $J_P = 0^+$ , iar ele sunt descrise prin cuplajul dintre stările joase ale nucleului ferică și stările particulei  $\alpha$   $[L \otimes L]_0$ . Fiecare stare proprie are o componentă dominantă de moment cinetic  $L$ , iar densitatea de probabilitate asociată este dependentă de deformare. Energia acestei stări este dată de energia nucleului ferică  $E_c$  plus energia centrifugală a particulei  $\alpha$  plus un termen de cuplaj. În analiză, am folosit energiile experimentale ale nucleului ferică în sistemul cuplat de ecuații descris în raportul preliminar. Merită menționat că un studiu sistematic al valorilor  $B(E2)$  pentru aceste tranziții a fost efectuat în referința [2]. În referința [3] a fost arătat că pentru izotopul  $^{212}Po$ , rezonațele joase de tip  $\alpha$  (exceptând starea fundamentală) au

factori spectroscopici mici și pot fi măsurate experimental numai la energii mai mari de 6 MeVi. Ne așteptăm la un comportament similar pentru rezonanțele monopolare reprezentate cu linii punctate în figura 1. Astfel, acestea nu pot fi detectate experimental, iar stările de tip  $0^+$  observate în jurul valorii de 2 MeVi în  $^{144}\text{Nd}$  au o altă natură. Linia continuă superioară corespunde stării vibraționale cu un nod, având energia  $E_1$ , iar liniile punctate asociate reprezintă banda monopolară excitată, cu  $J_P = 0^+$ . Lărgimea de dezintegrare  $\Gamma_0$  din figura 1 este dată de funcția de penetrare a barierei  $\Gamma_{pen} \sim 5 \cdot 10^{-41}$  keVi multiplicată cu factorul spectroscopic  $S_\alpha \sim 0.125$ . Astfel, este reprodusă valoarea experimentală  $\Gamma_{exp} = 6.3 \cdot 10^{-42}$  keVi. Mai mult, estimarea noastră dă un raport al erorilor  $\delta\Gamma_1/\delta E_1 = 0.16$ .

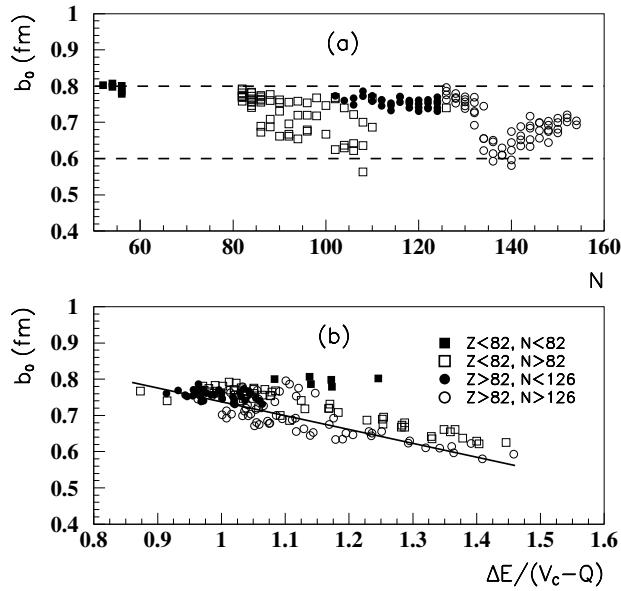
În mod evident, diferența de energie  $\Delta E = E_1 - E_0$  determină parametrul de oscilator armonic al potențialului molecular. Am reprezentat funcția de undă multiplicată cu un factor 20 printr-o linie punctată, alături de raportul dintre densitățile nucleare și de echilibru amplificat cu un factor 10

$$\frac{\rho(R)}{\rho_0} = \frac{1}{1 + \exp[(R - R_n)/a]}. \quad (1)$$

În formula de mai sus am considerat valoarea standard a parametrului de difuzie  $a = 0.5$  fm și raza nucleară  $R_n = 1.2 A^{1/3}$ . Aceste valori sunt apropriate de datele standard tabelate în referința [4] și extrase din experimente de împrăștiere electronică. Trebuie precizat că punctul Mott al tranziției de fază dintre materia nucleonică și faza de condensare  $\alpha$  corespunde la o valoare de aproximativ 10% a densității de echilibru în materie nucleară infinită [5], respectiv 20% pentru  $^{212}\text{Po}$ , după cum este arătat în figura 5 a referinței [6]. Astfel, calculul nostru confirmă că maximul funcției de undă corespunde unei raze mai mari decât cea a punctului tranziției de fază.

Banda cuasimoleculară este asociată unui fenomen de tip ALAS (Anomalous Large Angle Scattering). În referința [7] a fost arătat că dovada experimentală a acestui efect a fost găsită pentru o configurație ușoară cu  $Z = 40$ , anume  $\alpha + ^{90}\text{Zr}$ . Din referințele [8, 9] se observă că pentru configurația analizată în studiul de față,  $\alpha + ^{Ce}$  cu  $Z = 58$ , fenomenul ALAS dispare aproape de bariera Coulomb  $V_C \sim 16$  MeVi, datorită faptului că efectele de schimb dispar pentru  $Z > 50$ .

În figura 2 (a) am reprezentat parametrul de lungime  $b_0$  al canalului stării fundamentale cu  $L = 0$  versus numărul de neutroni al nucleului fiică pentru 162 de emiteri par-pari. Se poate observa că  $b_0 \in [0.6, 0.8]$  fm, adică raportul către valoarea standard a parametrului de lungime pentru particula  $\alpha$   $b_\alpha = 1.19$  fm aparține unui interval îngust  $b_0/b_\alpha \in [0.5, 0.7]$ . În panoul (b) am reprezentat parametrul de lungime versus raportul dintre diferența de energie dintre nivelurile vibraționale  $\Delta E = E_1 - E_0$  și potențialul de fragmentare  $V_{frag} = V_C(R_{max}) - Q$ . Se poate observa că  $V_{frag} \in [10, 17]$  MeVi. Exceptând prima regiune,  $Z \sim N \sim 50$ , cea a tranzițiilor  $\alpha$  “superpermise” [10], aceste cantități sunt corelate liniar. Pentru nuclee cu  $b_0 > 0.75$  fm, banda rotațională construită pe prima stare excitată se află aproape de bariera Coulomb  $\Delta E/V_{frag} \sim 1$ , iar astfel ar putea fi observată ca o structură de maxime în secțiunea eficace dependentă de energie. Corelația liniară dintre parametrul de lungime  $b_0$  și raportul  $\Delta E/V_{frag}$  conferă putere de predicție acestei parametrizări a potențialului intern, datorită faptului că potențialul de fragmentare este determinat experimental iar  $\Delta E$  este legată direct de  $b_0$ . Linia de regresie din figura 2 (b) ce



**Figura 2:** Parametrul de lungime monopolar versus numărul de neutroni al nucleului fiică (a) și versus raportul dintre diferențele de energie ale nivelurilor vibraționale și potențialul de fragmentare (b) pentru nuclee par-pare. Simbolurile denotă regiuni diferite ale hărții nucleare, separate după numerele magice. Linia de regresie din panoul (b) se potrivește cu datele experimentale, exceptând prima regiune (patrulatere întunecate).

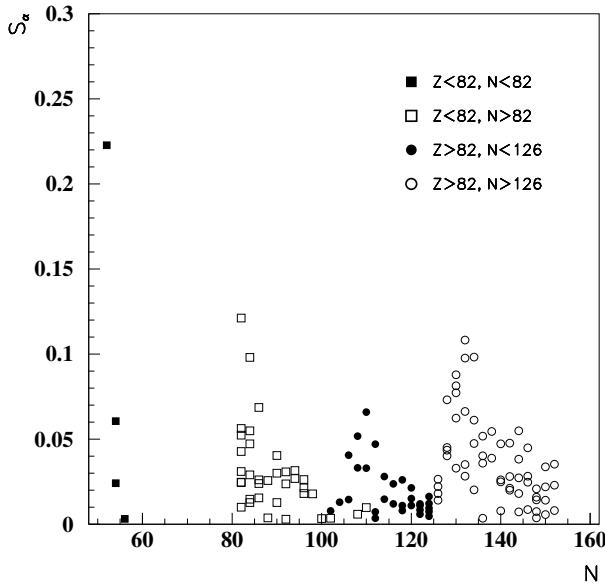
potrivesc datele cu excepția primei regiuni (patrulatere întunecate) care are o eroare medie de  $\langle \delta b_0 \rangle = 0.03$  fm.

În figura 3 este reprezentat factorul spectroscopic versus numărul de neutroni al nucleului fiică. Se pot observa valori mari deasupra numerelor magice  $Z = 50, 82$  și  $N = 82, 126$ , valori unde molecule  $\alpha$  se pot forma cu o probabilitate semnificativă [2]. Cei mai buni candidați pentru observații experimentale au  $\Delta E/V_{frag} \sim 1$ .

Structura fină a emiterilor cu număr de masă impar a fost măsurată pentru  $Z \in [87, 100]$ . În acest caz, obținem  $b_0/b_\alpha \in [0.6, 0.7]$  și  $\Delta E/V_{frag} \in [0.8, 1.0]$ . În plus, este permis momentul cinetic  $L = 1$  al particulei  $\alpha$  emise. Astfel, cele două stări vibraționale din potențialul reprezentat în figura 1 pot fi cuplate printr-un operator de dipol  $D \sim X = R - R_0$  al centrului de masă al particulei  $\alpha$ . În consecință, a doua stare vibrațională poate fi detectată în funcția de excitație a unui fascicul  $\gamma$  incident. Astfel de fascicule sunt produse la facilități existente, cât și în viitoarea instalație ELI-NP [11].

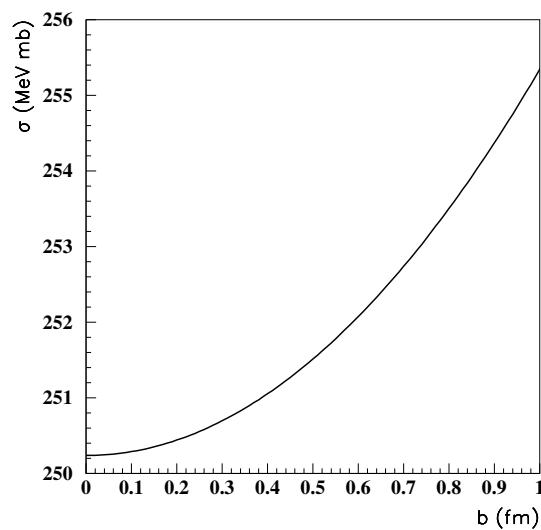
Secțiunea totală de absorbție integrată peste energie pentru tranziția dintre stările vibraționale cu  $n = L = 0$  și  $n = L = 1$  în potențialul de oscilator armonic deplasat pot fi estimate standard ca funcție de parametrul de lungime

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 \left[ 1 + \left( \frac{b_0}{R_n} \right)^2 \right] \\ \sigma_0 &= \frac{8\pi^3}{3} \frac{\hbar c}{m_\alpha c^2} e_\alpha^2 \sim 250 \text{ MeVi mb.} \end{aligned} \quad (2)$$



**Figura 3:** Factorul spectroscopic versus numărul de neutroni al nucleului fiică pentru emiteri par-pari. Simbolurile denotă regiuni diferite ale hărții nucleare divizate după numerele magice.

În figura 4 am reprezentat dependența secțiunii eficace integrate după energie versus parametrul de lungime. Valorile  $\sigma \sim \sigma_0 \sim 250 \text{ MeV } mb$  sunt semnificative și pot fi detectate experimental. Trebuie menționat că astfel de rezonanțe  $\alpha$  au fost investigate recent în referința [12] prin metode semiclassice. Acolo, cuplajul cu rezonanța gigant dipolară și rezonanța pitic au fost considerate, iar regula de sumă mediată peste energie a fost estimată. Concluzia a fost că modul  $\alpha$  depășește rezonanța pitic în regula de sumă chiar și pentru un exces de neutroni relativ mare. Urma experimentală a unei stări de tip  $\alpha$  este o lărgime de dezintegrare mai mare.



**Figura 4:** Secțiunea eficace de absorbtie integrată peste energie versus parametrul de lungime dat de ecuația (2) pentru  $r_0=7$  fm.

## Bibliografie

- [1] P. Mohr, Phys. Rev. C **61**, 045802 (2000).
- [2] D. S. Delion și A. Dumitrescu 2015 At. Data Nucl. Data Tables **101** 1.
- [3] D.S. Delion și J. Suhonen, Phys. Rev. C **61**, 024304 (2000).
- [4] H. de Vries, C.W. de Jager, și C. de Vries, At. Data. Nucl. Data Tab. **36**, 495536 (1987).
- [5] G. Röpke, A. Schnell, P. Schuck, și P. Nozieres, Phys. Rev. Lett. **80**, 3177 (1998).
- [6] G. Röpke, P. Schuck, Y. Funaki, H. Horiuchi, Zhongzhou Ren, A. Tohsaki, Chang Xu, T. Yamada, și Bo Zhou, Phys. Rev. C **90**, 034304 (2014).
- [7] S. Ohkubo, Phys. Rev. Lett. **74**, 2176 (1995).
- [8] B.D. Watson, D. Robson, D.D. Tolbert, și R.H. Davis, Phys. Rev. C **4**, 2240 (1971).
- [9] P. Mohr, Phys. Rev. C **87**, 035802 (2013).
- [10] V.V. Baran și D.S. Delion, Phys. Rev. C **94**, 034319 (2016).
- [11] N.V. Zamfir, Eur. Phys. J. Special Topics **223**, 1221 (2014); EPJ Web of Conferences **66**, 11043 (2014).
- [12] V.V. Baran și D.S. Delion, J. Phys. G **45**, 035106 (2018).