

Raport intermediar nr. 2

Prof. univ. dr. Bogdan SASU

Titlul proiectului: Comportări asimptotice pentru sisteme dinamice în spații Banach

Director: Prof. univ. Dr. Emerit Mihail MEGAN



Studiul din cea de-a doua etapă a fost realizat în colaborare cu Prof. univ. dr. A. L. Sasu și s-a concretizat în lucrarea [8], care va fi trimisă spre publicare la *Annals of the Academy of Romanian Scientists - Series on Mathematics and Its Application*, după finalizare.

Studiul vizează dichotomia exponențială uniformă a sistemelor dinamice definite pe întreaga axă, în spații Banach, în contextul progresului recent în această tematică și a celor mai noi rezultate obținute pentru dichotomia și trichotomia sistemelor dinamice (a se vedea [2]-[7] și referințele incluse).

Fie X un spațiu Banach, real sau complex și $\{A(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ o familie de operatori liniari și mărginiți pe X . Se consideră sistemul discret neautonom

$$(A) \quad x(n+1) = A(n)x(n), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

În primul rezultat central se demonstrează că dacă sistemul (A) are coeficienți uniform mărginiți și este dichotomic în raport cu o familie de proiectori, atunci proiectorii sunt uniform mărginiți ([8], Teorema 2 (i)). Apoi, se obține o caracterizare pentru imaginea respectiv nucleul proiectoarelor de dichotomie exponențială, utilizând traiectorii mărginite ([8], Teorema 2 (ii), (iii)).

În continuare, se consideră sisteme neautonome în timp real, pe axă, descrise prin intermediul familiilor de evoluție. Studiul vizează stabilirea conexiunilor între dichotomia exponențială uniformă a unei familii de evoluție pe axă și dichotomia exponențială uniformă a sistemului discret asociat. Metoda propusă utilizează proprietăți de tip intrare-ieșire în raport cu un sistem cu control.

Presupunând ca sistemul discret asociat unei familii de evoluție este uniform exponențial dichotomic, în prima etapă stabilim caracterizări pentru imaginile și nucleele proiectoarelor de dichotomie discretă în limbaj de traiectorii ale familiei de evoluție ([8], Teorema 3 (i), (ii)) și anumite proprietăți de stabilitate și de expansivitate ale familiei de evoluție ([8], Teorema 3 (iii), (iv)). Apoi, obținem proprietăți de închidere pentru subspațiile stabile și instabile ([8], Teorema 4 (ii), (iii)).

Metoda propusă arată modul în care se construiesc proiectorii de dichotomie în timp real, pornind de la cei în timp discret. În final, deducem că dichotomia exponențială uniformă a unei familii de evoluție pe axă este echivalentă cu dichotomia exponențială uniformă a sistemului discret asociat. Rezultă de aici că proprietatea de dichotomie exponențială în timp discret este suficientă pentru a reconstitui comportarea exponențială dichotomică în timp real ([8], Teorema 5).

Obiective viitoare:

- inserarea unei secțiuni în care vor fi prezentate diverse aplicații;
- finalizarea articolului și trimiterea acestuia pentru publicare la *Annals of the Academy of Romanian Scientists - Series on Mathematics and Its Application*.

Prof. univ. dr. Bogdan SASU



Data: 30.09.2018

BIBLIOGRAFIE

- [1] D. Henry, *Geometric Theory of Semilinear Parabolic Equations*, Springer-Verlag, New York, 1981.
- [2] A. L. Sasu and B. Sasu, *Exponential dichotomy and admissibility for evolution families on the real line*, Dyn. Contin. Discrete Impuls. Syst. Ser. A Math. Anal. **13** (2006), 1-26.
- [3] A. L. Sasu and B. Sasu, *Discrete admissibility, ℓ^p -spaces and exponential dichotomy on the real line*, Dyn. Contin. Discrete Impuls. Syst. Ser. A Math. Anal. **13** (2006), 551-561.
- [4] A. L. Sasu, *Exponential dichotomy and dichotomy radius for difference equations*, J. Math. Anal. Appl. **344** (2008), 906-920.
- [5] B. Sasu and A. L. Sasu, *On the dichotomic behavior of discrete dynamical systems on the half-line*, Discrete Contin. Dyn. Syst. **33** (2013), 3057-3084.
- [6] A. L. Sasu and B. Sasu, *Discrete admissibility and exponential trichotomy of dynamical systems*, Discrete Contin. Dyn. Syst. **34** (2014), 2929-2962.

- [7] A. L. Sasu and B. Sasu, *Exponential trichotomy and (r, p) -admissibility for discrete dynamical systems*, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B **22** (2017), 3199-3220.
- [8] A. L. Sasu and B. Sasu, *On some dichotomy properties of dynamical systems defined on the whole line*, work in progress.