

RAPORT INTERMEDIAR DE CERCETARE NR.2

Decembrie 2022, pentru proiectul

DESCRIEREA PROPRIETĂȚILOR DE DEFORMARE ȘI DE DEZINTEGRARE A NUCLEELOR ATOMICE

Domeniul științific: *Investigarea fenomenologică și microscopică a structurilor atomice și nucleare* (Nr. 11 din secțiunea VI a pachetului de informații).

- **Obiectiv 1:** Descrierea deformării nucleelor în starea lor fundamentală cu ajutorul unui formalism microscopic-macroscopic, având ca ingredient energii uniparticulă determinate în cadrul unui grup al rotațiilor fracționale.

Activitate raportată: Calcul al energiei de deformare.

Pentru calculul energiei totale se folosește formula:

$$E(def) = E_{LDM}(def) - E_{LDM}(0) + \delta E_{mic}(def) - \delta E_{mic}(0), \quad (1)$$

unde E_{LDM} este energia macroscopică determinată din modelul picăturii de lichid (*Finite Range Liquid Drop Model* - FRLDM) [1], iar δE_{mic} este corecția energetică datorată structurii microscopice în pături cu efecte de împerechere incluse.

Partea dependentă de deformare a energiei FRLDM conține termenii Coulomb și de suprafață. Așadar, estimarea acestora față de forma sferică poate fi exprimată astfel:

$$E_{LDM}(def) - E_{LDM}(0) = a_s(1 - \kappa_s I^2)A^{2/3}(B_1 - B_1^{(0)}) + c_1 \frac{Z^2}{A^{1/3}}(B_3 - B_3^{(0)}), \quad I = (N - Z)/A. \quad (2)$$

B_1 este energia generalizată nucleară sau de suprafață relativă a modelului, ce ia în considerare raza scurtă de acțiune a forței nucleare. În același mod, B_3 este energia Coulomb relativă. Ambele cantități sunt integrale duble de volum și au expresii analitice compacte $B_1^{(0)}$ și $B_3^{(0)}$ pentru forma sferică. Valorile parametrilor a_s, κ_s și c_1 , precum și razele de acțiune ale potențialului Yukawa-plus-exponential și al funcției Yukawa ce generează distribuția de sarcină implicate în calculul integralelor energiei de suprafață și Coulomb, sunt cele stabilite în Ref.[1].

Pentru calculul corecțiilor microscopice este nevoie de setul de energii uniparticule. Acesta este ingredientul nou al studiului de față. Energiile uniparticulă pentru protoni și neutroni sunt calculate folosind un Hamiltonian asociat unui rotator simetric Caputo-Riemann-Riemann extins:

$$H = \hbar\omega_1 {}_C L_1^2(\alpha) + B\hbar\omega_0 {}_C L_{z1}(\alpha) + \hbar\omega_2 {}_R L_2^2(\alpha) + \hbar\omega_3 {}_R L_3^2(\alpha). \quad (3)$$

Extensia se referă la termenul liniar care este similar efectului unui câmp magnetic asupra Hamiltonianului de rotator simplu. Considerând condițiile de simetrie pentru fiecare grup de rotații fracționale, se ajunge la următoarea expresie pentru energie:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n_1, n_2, n_3}(\alpha) = & \sum_{i=1}^3 \hbar\omega_i \frac{\Gamma[1 + (2n_i + 1)\alpha]}{\Gamma[1 + (2n_i - 1)\alpha]} + B\hbar\omega_0 \frac{\Gamma(1 + 2n_1\alpha)}{\Gamma[1 + (2n_1 - 1)\alpha]} \\ & - \delta_{n_1, 0} \hbar\omega_1 \frac{\Gamma(1 + \alpha)}{\Gamma(1 - \alpha)} - \delta_{n_1, 0} B\hbar\omega_0 \frac{1}{\Gamma(1 - \alpha)}. \end{aligned} \quad (4)$$

ca funcție de numerele quantice n_1, n_2, n_3 . Acestea din urmă caracterizează rotațiile fracționale de-a lungul a trei axe perpendiculare. Pentru calcule concrete de structură nucleară, este nevoie de fixarea consistentă a parametrilor α și B pentru neutroni și protoni, precum și a frecvenței de scalare $\hbar\omega_0$. Inițial, acești parametri au fost fixați pentru a reproduce masele a câteva nuclee dublu magice și a vecinilor lor. Aceasta metoda a produs niște funcții liniare simple de numărul de nucleoni atât pentru α cât și pentru B [2], în intervale definite de numerele magice. În acest studiu am ales să fixăm parametrii implicați în Ec.(4) fitând energiile uniparticulă experimentale pentru protoni și neutroni ai unor nuclee sferice cu dublă închidere de pături: ^{208}Pb , ^{132}Sn , ^{100}Sn , ^{90}Zr , ^{56}Ni , ^{48}Ca , și ^{40}Ca . Pentru astfel de nuclee sferice se consideră $\hbar\omega_i = \hbar\omega_0$. Fitul a fost realizat în mai multe etape cu o varietate diferită de parametri. Astfel s-a constatat că ordinul fracțional variază foarte puțin și nemonoton cu numărul de nucleoni, exact în jurul valorii de 0.5. Totuși, pentru protoni această valoare este mai mare. Discriminarea energiei de oscilator $\hbar\omega_0$ pentru protoni și neutroni nu aduce un câștig semnificativ în acordul cu datele experimentale. Astfel, în fitul final se folosește o valoare comună $\hbar\omega_0$ pentru protoni și neutroni, o valoare constantă α_N pentru neutroni și α_Z pentru

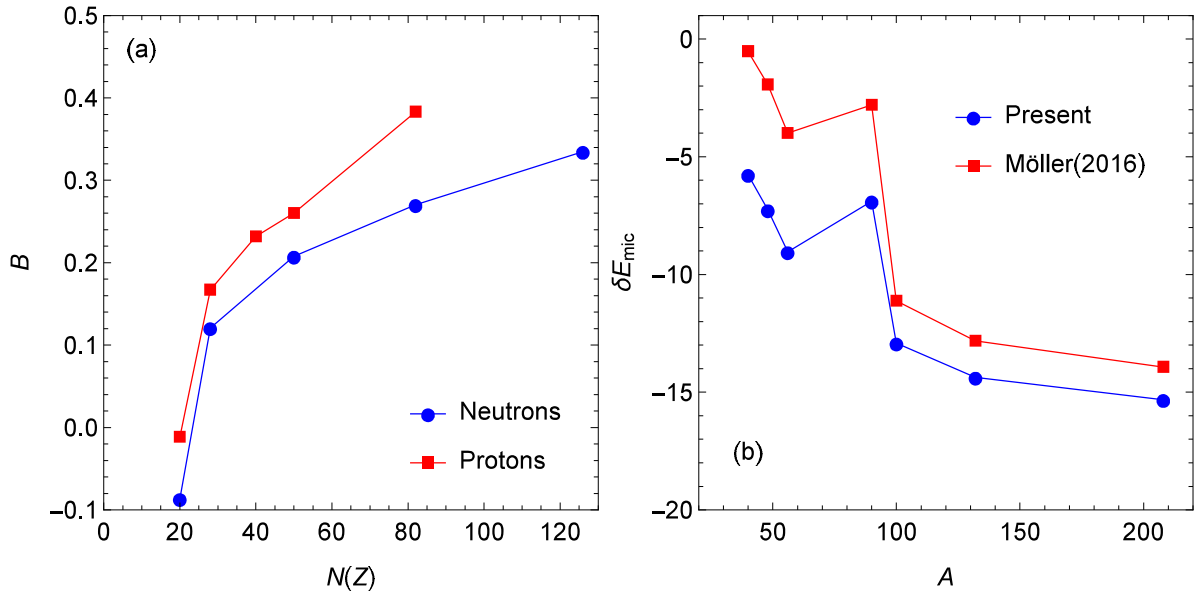


FIG. 1. (a) Valorile lui B_N și B_Z ca funcție de numerele nucleonice corespunzătoare.

protoni. Pentru parametrul B însă considerăm valori separate pentru protoni și neutroni cu valori diferite ca funcție de numărul de nucleoni. Rezultatele pentru $\hbar\omega_0$ și $\alpha_{N(Z)}$ sunt:

$$\hbar\omega_0 = 37.847 A^{-1/3}, \quad \alpha_N = 0.4948, \quad \alpha_Z = 0.5144, \quad (5)$$

iar valorile pentru $B_{N(Z)}$ sunt arătate grafic în Fig.1(a). De notat este că lipsește parametrul $B_{N=40}$. Au fost fitate astfel 96 de excitații uniparticulă experimentale relativ la ultima stare uniparticulă experimentală ocupată cu 13 parametri. Din Fig.1(a) se observă o evoluție regulată de tip hiperbolic pentru B_Z și B_N ca funcție de Z și respectiv N . La $N(Z) = 20$ avem $B_{N(Z)} < 0$ și în general se constată că $B_Z > B_N$ atunci când $N = Z$.

Correspondența dintre numerele cuantice $\{n_1, n_2, n_3\}$ și cele de model în păuri $\{nlj\}$ este dată de

$$N = n_1 + n_2 + n_3 = 2n + l, \quad j = n_2 + n_3 + \frac{1}{2}. \quad (6)$$

Această corespondență se poate ușor verifica prin determinarea degenerărilor asociate fiecărui nivel. O stare de anumit j din modelul în păuri este despiciată în modelul prezent în stări distincte cu $|n_2 - n_3|$ diferit. Despicarea are loc cu stare cea mai joasă corespunzând la $|n_2 - n_3| = \text{minim}$ pentru $\alpha_Z > 0.5$, și $|n_2 - n_3| = \text{max}$ pentru $\alpha_N < 0.5$. Această despicare lipsește atunci când $\alpha = 0.5$. Evident despicarea este aproape neglijabilă pentru valoarea obținută $\alpha_N = 0.4948$. În futuri se folosește valoarea medie a nivelelor uniparticulă teoretice care au aceiași valoare $n_2 + n_3$, altfel fitul ar favoriza o valoare mult mai apropiată de $\alpha = 0.5$. Un exemplu cum se compara spectrele uniparticulă teoretice cu cele experimentale este dat în Fig.2, pentru nucleul ^{208}Pb care are cele mai multe date experimentale.

Acum se poate calcula corecția microscopică totală, care este definită ca diferența dintre energia de împerechere și partea sa medie:

$$\delta E_{mic} = E_{BCS} - \bar{E}_{BCS}. \quad (7)$$

Pentru împerecherea nucleonilor, se folosește modelul BCS. Partea medie a energiei BCS este de obicei calculată folosind densitatea medie a nivelelor uniparticulă determinată cu tradiționala procedură Strutinsky [3]. O metodă mai elegantă și eficientă pentru calculul corecției microscopice totale este considerarea de la început a unei densități medii a energiilor uniparticulă cu interacțiile de împerechere deja incluse [4, 5]. Această metodă necesită doar introducerea unui *gap* de împerechere mediu, care este estimat empiric folosind formulele [6]:

$$\bar{\Delta}_n = \frac{6.7 - 42|I|}{A^{1/3}}, \quad \bar{\Delta}_p = \frac{6.9 - 27|I|}{A^{1/3}}. \quad (8)$$

În acest fel se evită numeroase aproximări sau calculul unor integrale ce necesită efort computațional ridicat. Mai mult de atât, cum principalul ingredient al împerecherii este *gap*-ul mediu, nu mai există ambiguitate în alegerea

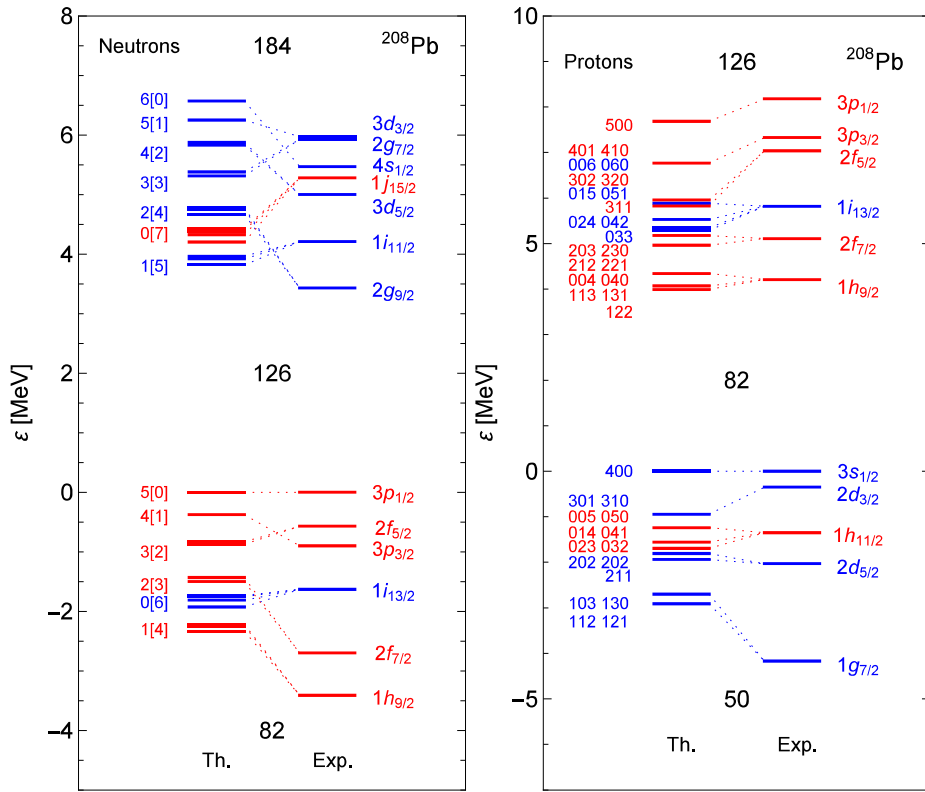


FIG. 2. Nivelele uniparticulă neutronice și protonice teoretice sunt comparate cu datele experimentale pentru nucleul ^{208}Pb . Nivelele teoretice pentru neutroni sunt indexate cu $\{n_1[n_2+n_3]\}$ iar cele pentru protoni cu $\{n_1n_2n_3\}$.

puterii interacției de împerechere care depinde de extensia spațiului nivelelor uniparticule considerat. În Fig.1(b) am comparat corecția microscopică dată de modelul prezent cu rezultatele oferite în Ref.[1] pentru cele 7 nuclee dublu magice considerate inițial. După cum se poate vedea, comportarea celor două rezultate este foarte similară, ceea ce întărește convingerea că parametrizarea folosită în acest studiu poate genera rezultate consistente pentru observabilele de structură nucleară.

- **Obiectiv 2:** Descrierea microscopică a clusterizării alfa în nuclee.

Activitate raportată: Calcul analitic și numeric cu metoda HFB-c.

Am aplicat teoria Hartree–Fock–Bogoliubov (HFB) plus o interacție reziduală nucleon–nucleon superficială de tip Gaussian (SGI) pentru a descrie asocierea nucleonilor în particule α pentru emițători par–pari. Câmpul mediu rezultat este apropiat de potențialul Woods–Saxon (WS) în parametrizarea universală plus corecția de asociere de tip Gaussian cu parametrii determinați din interacția reziduală configurată astfel încât să reproducă lărgimile de dezintegrare observate experimental. În acest sens, Fig.3 prezintă câmpul mediu HFB protonic plus interacția SGI (linia întreruptă) și potențialul WS plus SGI (linia continuă) pentru emițătorul ^{242}Pu . Tăria interacției reziduale ce permite reproducerea observațiilor experimentale urmează o corelație liniară cu potențialul de fragmentare, fapt în acord cu predicțiile teoriilor fenomenologice privitoare la comportamentul factorului de preformare pentru emisia α . Acest lucru este prezentat în Fig.4, iar parametrii de fit sunt scriși în tabelul 1. Se observă existența a două astfel de regiuni de corelații liniare în zona pământurilor rare și a actinidelor. Tranziția între cele două corespunde regiunii deasupra lui ^{208}Pb , cunoscută pentru caracterul puternic de asociere al nucleonilor în particule α , după cum se observă în Fig.5. Pentru a testa modelul, am calculat lărgimile de dezintegrare ale emițătorilor par–pari supragrei și am comparat aceste rezultate cu datele experimentale. Rezultatele sunt prezentate în tabelul 2 și Fig.6, unde se observă o concordanță foarte bună, în general până într-un factor 3. Lucrarea științifică în care metodele și rezultatele notate în aceste rapoarte sunt expuse pe larg este numită *Cluster Mean Field Description of α Emission* și a fost trimisă spre publicare la Physical Review C.

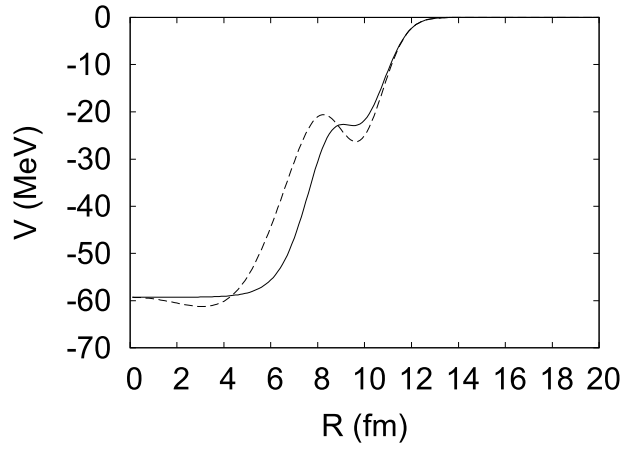


FIG. 3. Câmpul mediu HFB protonic plus interacția SGI (linia întreruptă) și potențialul WS plus SGI (linia continuă) pentru emițătorul ^{242}Pu .

Tabelul 1 Sistematica tăriei interacției reziduale versus potențialul de fragmentare

regiune	a	b	σ
$N < 126$	-2.248	54.351	2.070
$N \geq 138$	0.804	1.919	1.762

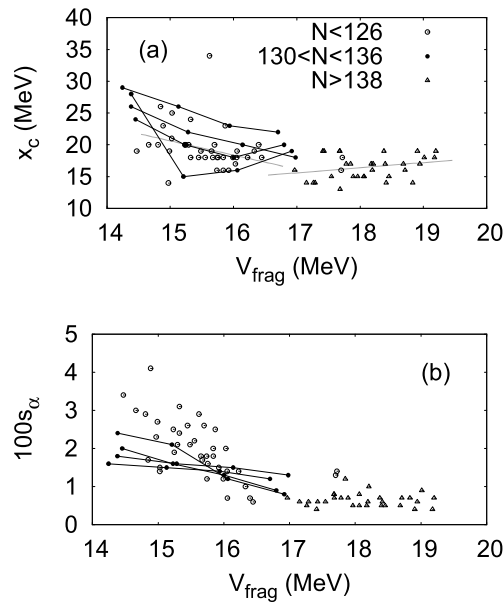


FIG. 4. Tăria interacției reziduale (panoul a) și factorul spectroscopic pentru emisia α (panoul b) versus potențialul de fragmentare.

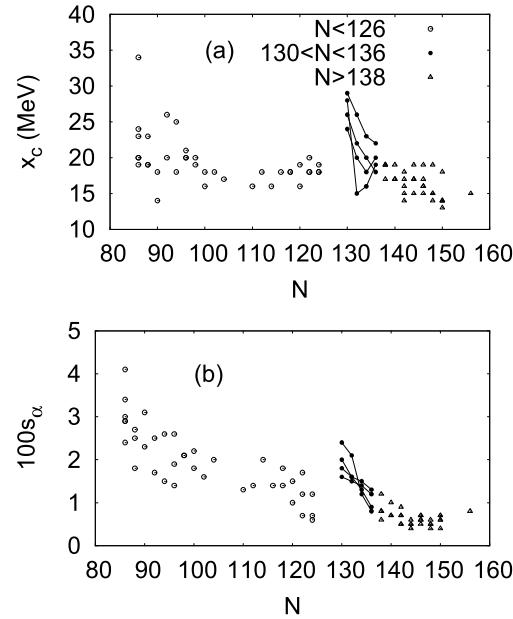


FIG. 5. Tăria interacției reziduale (panoul a) și factorul spectroscopic pentru emisia α (panoul b) versus numărul de neutroni.

Tabelul 2 *Predicții pentru emițători α supragrei par-pari.*

n	nucleu	β_2	Q	V_{frag}	$\log_{10} \Gamma_{\text{exp}}$	$\log_{10} \frac{\Gamma_{\text{th}}}{\Gamma_{\text{exp}}}$	
			MeV	MeV	MeV		
1	$^{266}_{106}\text{Sg}$	0.230	8.762	51	17.603	-23.420	1.024
2	$^{264}_{108}\text{Hs}$	0.229	10.591	20	16.332	-18.545	0.242
3	$^{266}_{108}\text{Hs}$	0.230	10.335	20	16.537	-18.703	-0.168
4	$^{270}_{108}\text{Hs}$	0.231	9.300	7	17.470	-21.896	0.435
5	$^{270}_{110}\text{Ds}$	0.221	11.200	50	16.075	-17.341	-0.232
6	$^{286}_{114}\text{Fl}$	-0.096	10.345	60	17.528	-20.943	-0.003
7	$^{288}_{114}\text{Fl}$	0.053	10.090	70	17.733	-21.244	-0.420
8	$^{290}_{116}\text{Lv}$	0.072	11.000	80	17.270	-19.517	-0.234
9	$^{292}_{116}\text{Lv}$	-0.070	10.800	70	17.420	-19.597	-0.658
10	$^{294}_{118}\text{Og}$	-0.087	11.810	60	16.855	-18.596	0.172

- [1] P. Möller, A. J. Sierk, T. Ichikawa, H. Sagawa, *At. Data Nucl. Data Tables* **109-110**, 1 (2016).
[2] R. Herrmann, *Physica A* **389**, 693 (2010).
[3] V. M. Strutinsky, F. A. Ivanjuk, *Nucl. Phys. A* **255**, 405 (1975).
[4] N. H. Allal, M. Fellah, *Phys. Rev. C* **48**, 1656 (1993).
[5] N. H. Allal, M. Fellah, *Phys. Rev. C* **50**, 1404 (1994).
[6] D. Hove, A. S. Jensen, K. Riisager, *Phys. Rev. C* **88** (2013) 064329.
[7] D.S. Delion, *Theory of particle and cluster emission*, Springer (2010).
[8] P. Ring and P. Schuck, *The nuclear many-body problem*, Springer (1980).
[9] D.S. Delion and R.J. Liotta, *Phys. Rev. C* **87**, 041302(R) (2013).
[10] Dong Bai, Zhongzhou Ren, and G. Röpke *Phys. Rev. C* **99**, 034305 (2019).

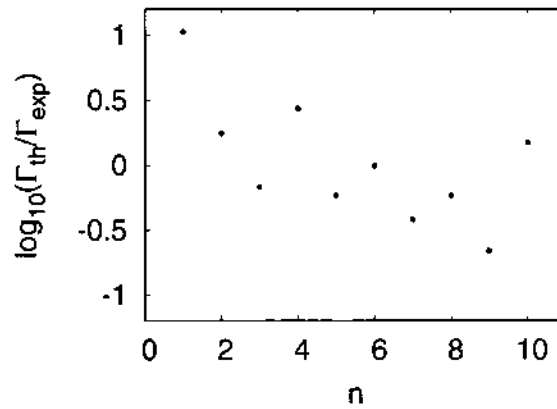


FIG. 6. Logaritmul raportului dintre lărgimea de dezintegrare prezisă și experimentală versus numărul de indexare al emițătorilor α suprașrei par-pari.

Lucrări publicate sau în curs de publicare cu afilierea AOȘR:

1. R. Budaca, C. M. Petrache, *Beyond the harmonic approximation description of wobbling excitations in even-even nuclei with frozen alignments*, Physical Review C **106**, 014313 (2022).
2. R. Budaca, P. Buganu, A. I. Budaca, *Nuclear collective motion of heavy nuclei with axial quadrupole and octupole deformation*, Physical Review C **106**, 014311 (2022).
3. A. Dumitrescu, D. S. Delion, *Cluster Mean Field Description of α Emission*, trimisă la Physical Review C.

Director de proiect
Radu Budaca

Membru în proiect
Alexandru Dumitrescu